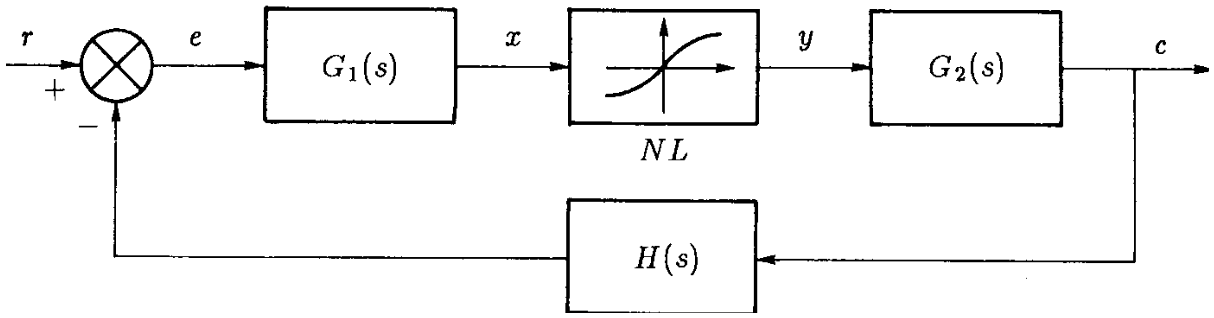
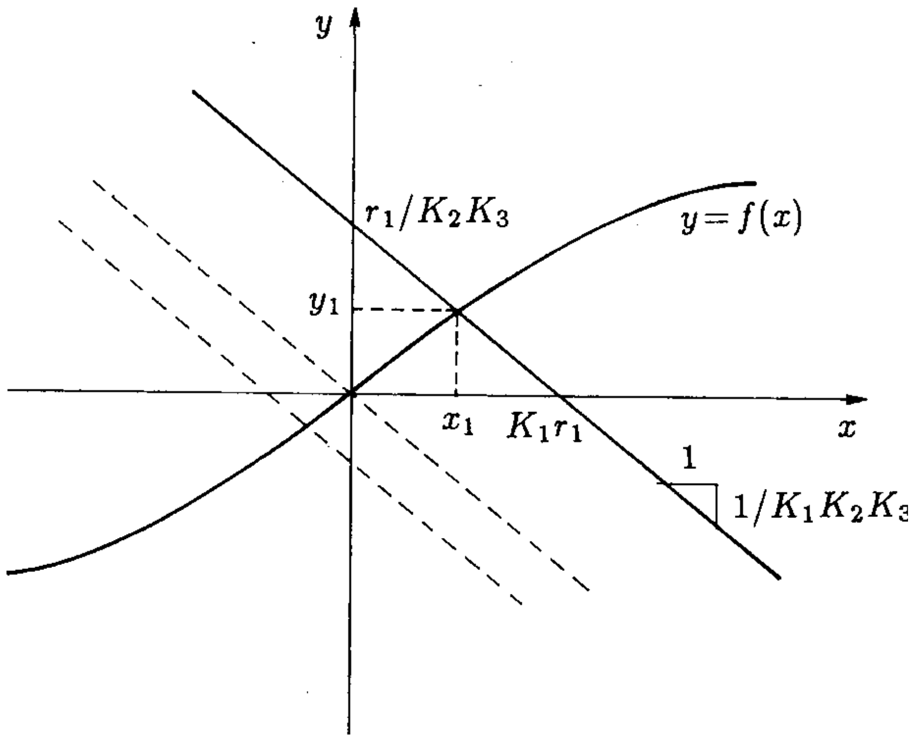
Stati di equilibrio e stabilità

• Ci si limiterà a considerare solo sistemi aventi la seguente struttura:



• Si suppone che il segnale di riferimento r_1 sia costante.

• Per studiare il sistema in presenza di perturbazioni, occorre conoscere il corrispondente *punto di equilibrio* (x_1, y_1) sulla caratteristica dell'elemento non lineare:



• Il punto di equilibrio (x_1, y_1) viene determinato come intersezione della caratteristica $y=f(x)$ dell'elemento non lineare, con la retta di equazione

$$x = K_1\, r - K_1\, K_2\, K_3\, y$$

in cui con $K_1 := G_1(0)$, $K_2 := G_2(0)$, $K_3 := H(0)$ si sono indicati i guadagni statici dei tre blocchi lineari.

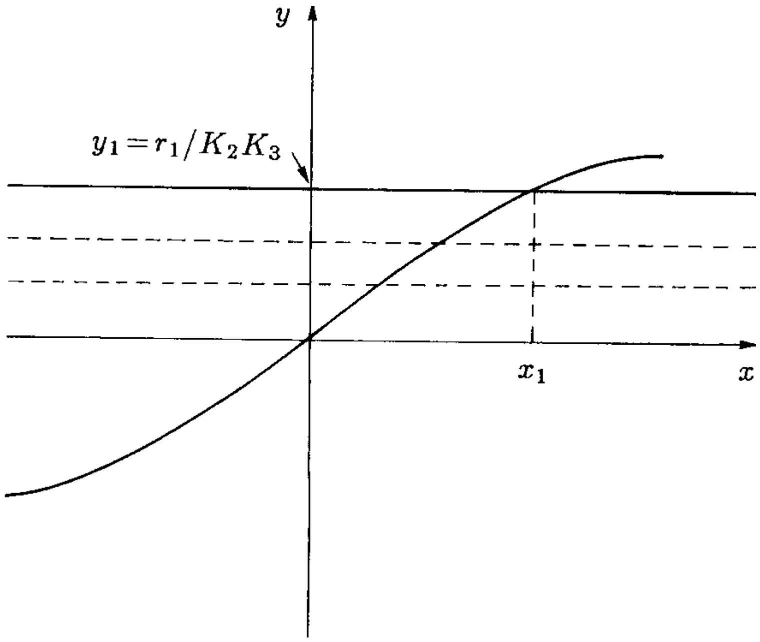
• Al variare dell'ingresso r, la retta di carico si sposta parallelamente a se stessa, ed il punto di equilibrio si sposta lungo la caratteristica dell'elemento nonlineare.

Casi particolari:

1) Se il sistema $G_1(s)$ è di tipo 1 (cioè ha un polo nell'origine), il corrispondente guadagno statico è $K_1 = \infty$ e la retta di carico diventa

$$r = K_2\, K_3\, y \qquad \rightarrow \qquad y = \frac{1}{K_2\, K_3}\, r$$

La corrisponde costruzione grafica è:



2) Se il sistema $G_2(s)$ [o il sistema $H(s)$] è di tipo 1, il corrispondente guadagno statico è $K_2 = \infty$ ($K_3 = \infty$) e la retta di carico diventa

$$y = 0$$

In questo caso il punto di equilibrio è dato dall'intersezione della funzione $y = f(x)$ con l'asse delle ascisse $y = 0$.

• Il comportamento locale del sistema dipende dal particolare punto di equilibrio considerato e quindi dal valore di r_1.

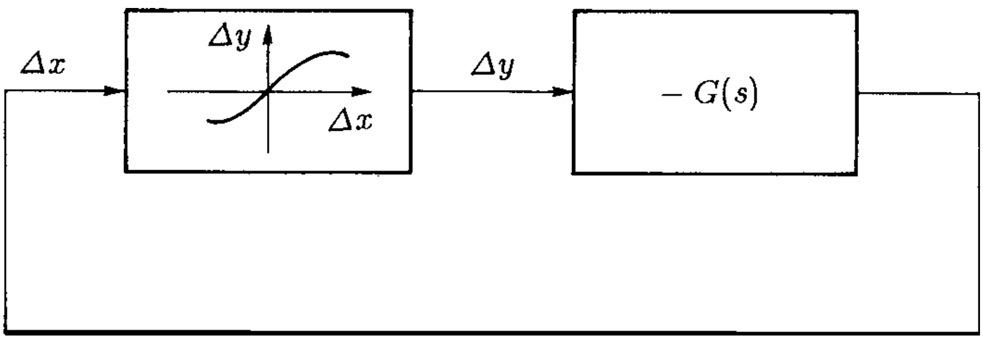
• Nel caso dei sistemi lineari il comportamento dinamico è identico nell'intorno di qualunque punto di equilibrio.

• Nel caso dei sistemi non lineari invece si parla di stabilità di un punto di equilibrio e non di stabilità del sistema;

• La stabilità di un particolare punto di equilibrio di un sistema non lineare può dipendere dall'entità della perturbazione.

• I dispositivi di controllo devono essere progettati in modo che il sistema controllato sia *globalmente asintoticamente stabile*, cioè sia asintoticamente stabile: a) per qualunque punto di equilibrio in cui il sistema si possa portare al variare dell'ingresso; b) per perturbazioni di qualunque entità.

• Operando il cambiamento di variabili $\Delta x := x - x_1$, $\Delta y := y - y_1$ e $\Delta r := r - r_1$, il precedente sistema in retroazione può essere rappresentato (in modo equivalente) mediante il seguente schema:



in cui si è posto $G(s) := G_1(s)\, G_2(s)\, H(s)$. L'origine del nuovo sistema di coordinate $(\Delta x,\, \Delta y)$ coincide con il punto di equilibrio x_1, y_1.

• Quando r è costante o lentamente variabile, lo studio della stabilità del sistema non lineare in retroazione può essere fatto facendo riferimento a quest'ultimo sistema *autonomo* (cioè privo di ingressi).

• Un'altra notevole differenza fra il comportamento dei sistemi lineari e quello dei sistemi non lineari è che questi ultimi possono presentare anche dei *cicli limite*, cioè dei moti periodici autosostenuti asintoticamente stabili.

• Lo studio dei cicli limite è importante anche in relazione ai sistemi di controllo poiché quando, aumentando il guadagno di anello, questi sono portati in condizioni di instabilità, assumono in genere un moto periodico stabile, dovuto al fatto che le inevitabili saturazioni limitano le escursioni delle diverse variabili e impediscono quindi l'esaltazione indefinita delle oscillazioni autosostenute.