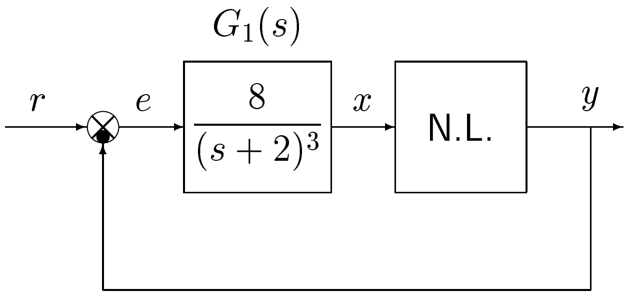
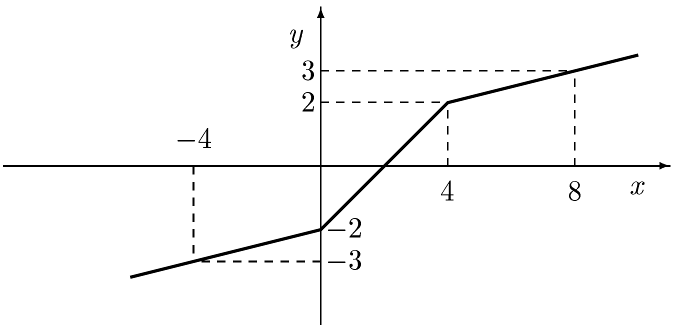
Esempio. Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:





Utilizzando il criterio del cerchio, determinare se il punto di lavoro corrispondente all'ingresso costante $r = 0$ è asintoticamente stabile.

Soluzione. Il guadagno statico della funzione $G_1(s)$ è $K_1 = 1$. Essendo nullo l'ingresso, la retta di carico passa per l'origine ed ha pendenza -1

$$y = -x$$

Il punto di lavoro del sistema risulta quindi essere $(1,\ -1)$. Facendo riferimento a questo punto di lavoro, le pendenze α e β che caratterizzano il criterio del cerchio valgono

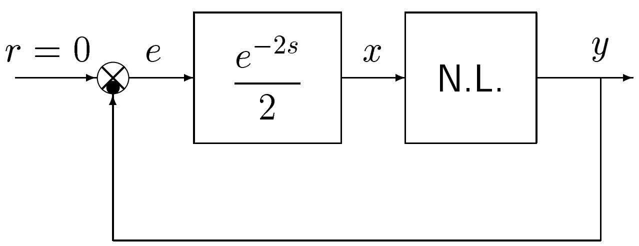
$$\alpha = \frac{1}{4}, \qquad \beta = 1$$

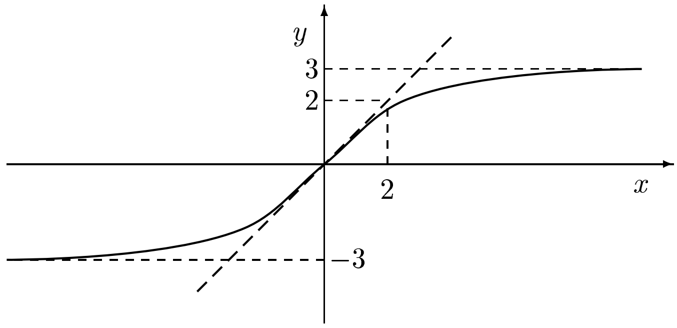
Il sistema $G_1(s)$ ha un diagramma di Nyquist regolare che interseca il semiasse negativo in

$$\sigma_0 = -\frac{1}{8}, \qquad \omega_0 = \sqrt{12} = 2\tan\frac{\pi}{3}$$

Non vi è intersezione tra il cerchio critico e il diagramma di Nyquist per cui si può affermare che il punto di lavoro $(1,\ -1)$ è globalmente asintoticamente stabile.

Esempio. Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:

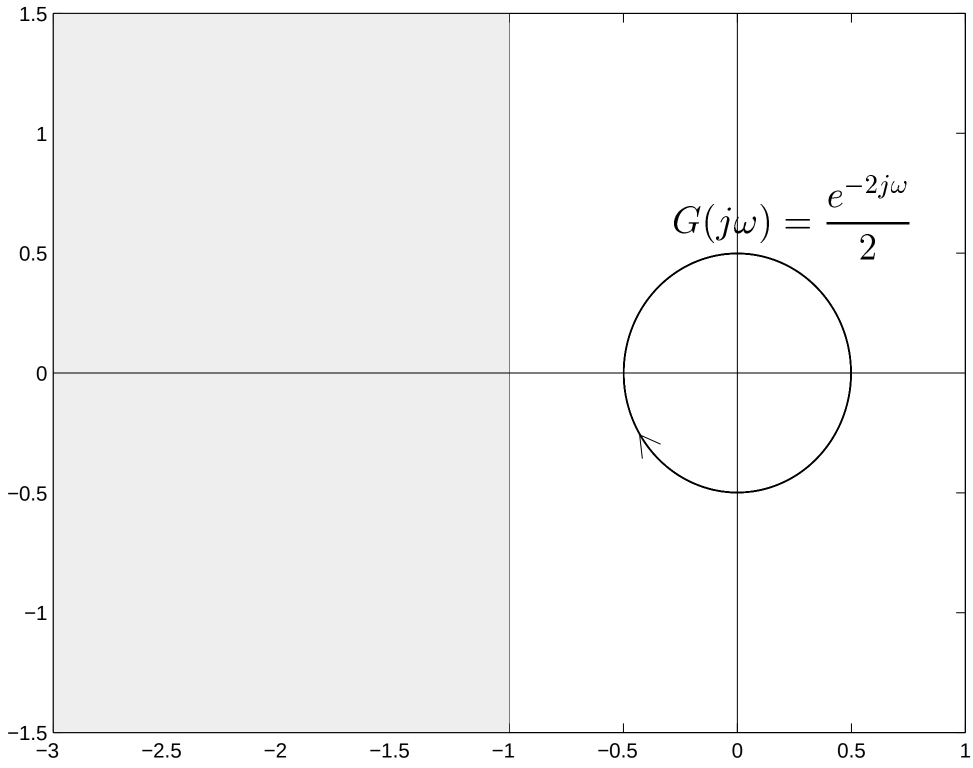




Utilizzando il criterio del cerchio, determinare se il sistema retroazionato è stabile o meno.

Soluzione. Il sistema retroazionato è stabile. Infatti il diagramma polare del ritardo puro interseca il semiasse negativo in -0.5, mentre il cerchio limite, in questo caso, degenera in un semipiano delimitato da una retta verticale passante per -1.

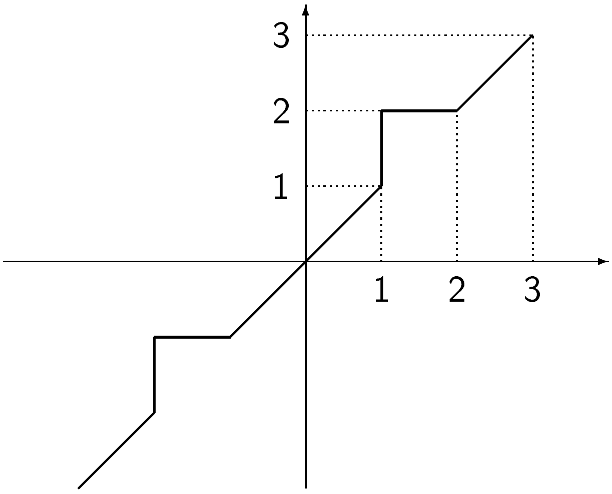
La posizione relativa della funzione di risposta armonica del ritardo puro e del cerchio critico è la seguente:



Esempio. Il sistema $G_1(s)$:

$$G_1(s) = \frac{20}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

sia posto in retroazione con il seguente blocco non lineare



Determinato il margine di ampiezza M del sistema $G_1(s)$, dire se, in base al il criterio del cerchio, il sistema complessivo è globalmente asintoticamente stabile. Giustificare la risposta.

Soluzione. Il margine di ampiezza del sistema $G_1(s)$ si calcola applicando il criterio di Routh all'equazione caratteristica:

$$(s+1)(s+2)(s+3) + 20\,M = 0 \qquad \rightarrow \qquad s^3 + 6\,s^2 + 11\,s + 6 + 20\,M = 0$$

$$\begin{array}{c|cc} 3 & 1 & 11 \\ 2 & 6 & 6+20\,M \\ 1 & 60-20\,M & \\ 0 & 6+20\,M & \end{array}$$

Il margine di ampiezza è $M = 3$. Il cerchio individuato dalla non-linearità interseca l'asse reale nei punti $\alpha = -2$ e $\beta = -1/2$. L'intersezione della $G_1(j\omega)$ con l'asse reale avviene nel punto $1/M = 1/3$. Il sistema complessivo risulta globalmente asintoticamente stabile.