

Controlli Automatici - Secondo Compito

24 Giugno 2002 - Esercizi

Compito Nr.

$a =$

$b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del seguente sistema $G_1(s)$:

$$G_1(s) = \frac{K(s^2 - 32s + 400)}{s(s+a)(s+b)}$$

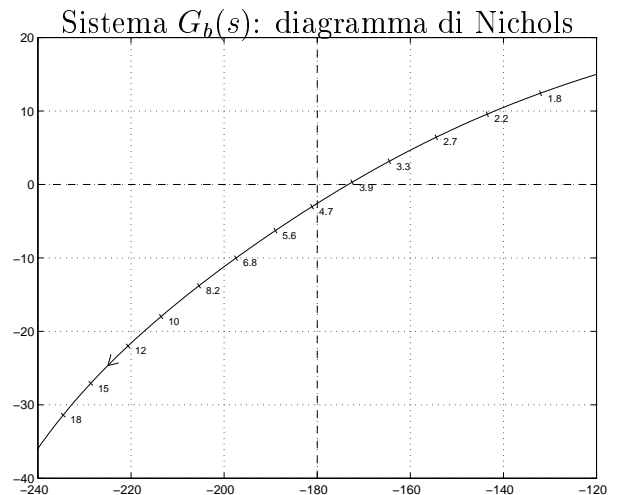
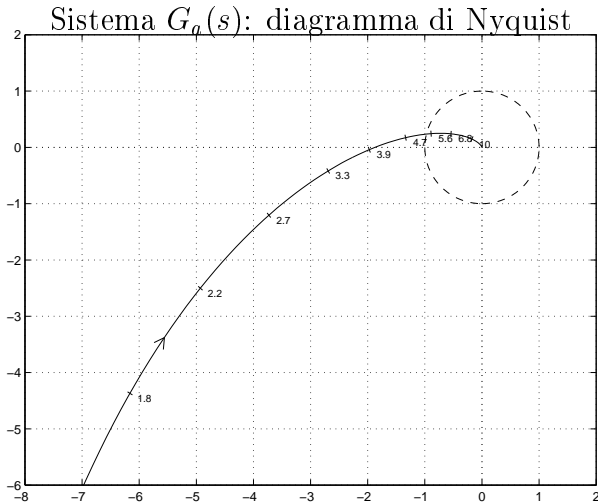
al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente gli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori K^* del guadagno.

b) Tracciare qualitativamente il contorno delle radici del seguente sistema $G_2(s)$:

$$G_2(s) = \frac{(s+50)}{s(s+b)(1+\tau s)}$$

al variare del parametro $\tau > 0$. Calcolare inoltre per quali valori di τ il sistema è stabile.

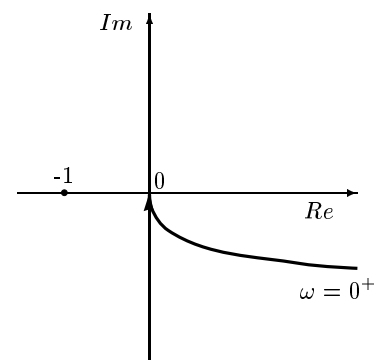
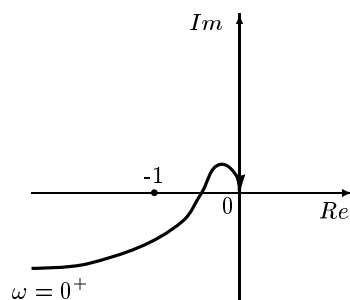
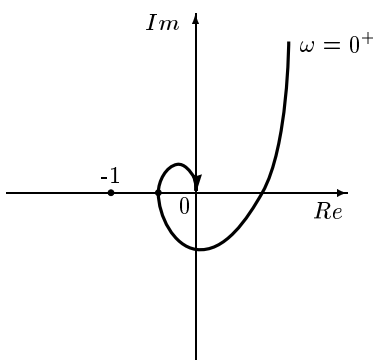
c) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



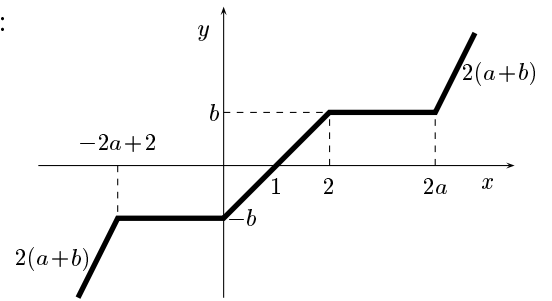
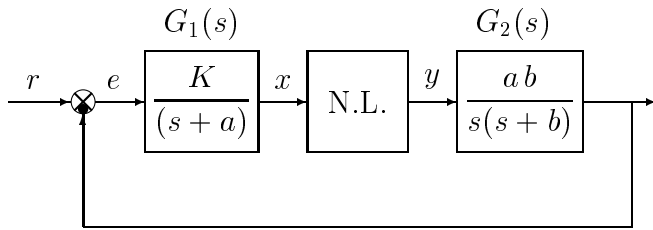
c.1) Per il sistema $G_a(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 2b$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

c.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = (30 + a)^\circ$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

d) Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist e dire se il corrispondente sistema retroazionato è stabile o meno. Nota: tutti i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.



e) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:

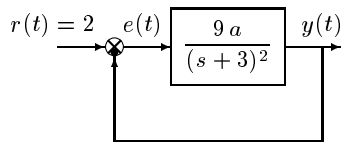


- e.1) Determinare il punto di lavoro (x_0, y_0) corrispondente all'ingresso costante $r = 3$.
- e.2) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto di equilibrio (x_0, y_0) .
- e.3) Per $K = 1$ determinare se esistono o meno cicli limite nel sistema.
- e.4) Dopo aver indicato con m il valore minimo della funzione descrittiva $F(X)$, discutere l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema al variare del parametro K .
- e.5) Determinare la pulsazione ω^* corrispondente agli eventuali cicli limite presenti nel sistema.
- f) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli/zeri, discretizzare la seguente rete correttiva:

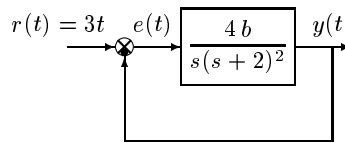
$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{s+a}{s+b}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$. Per chi ha $a = b$, utilizzare $b = 2a$.

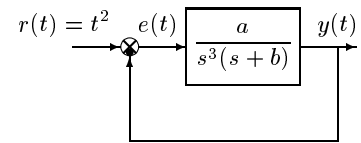
g) Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$

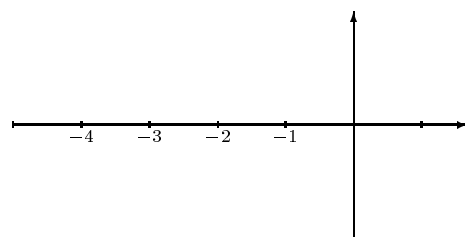
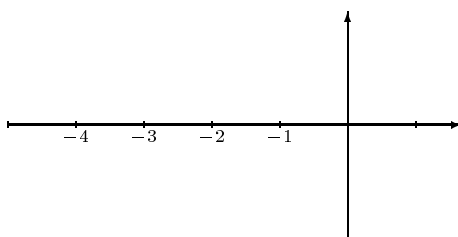
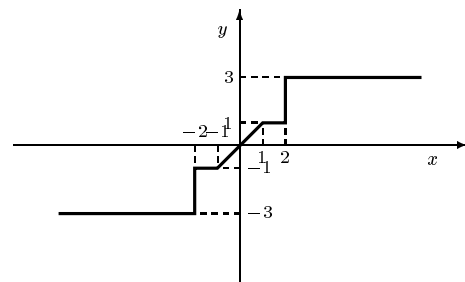
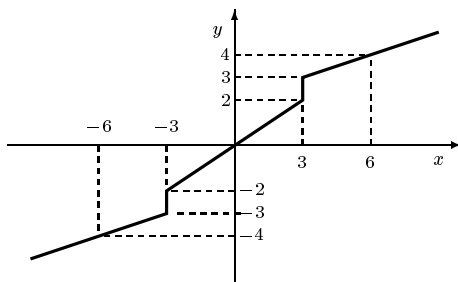


$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

h) Sia $(0, 0)$ il punto di lavoro. Disegnare il cerchio critico corrispondente alle seguenti non linearità:



Controlli Automatici - Secondo Compito

24 Giugno 2002 - Esercizi

Compito Nr.

$a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Tracciare qualitativamente il luogo delle radici del seguente sistema $G_1(s)$:

$$G_1(s) = \frac{K(s^2 - 32s + 400)}{s(s+a)(s+b)}$$

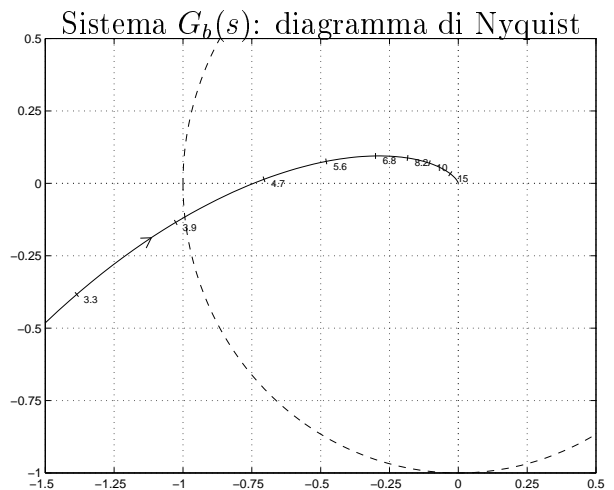
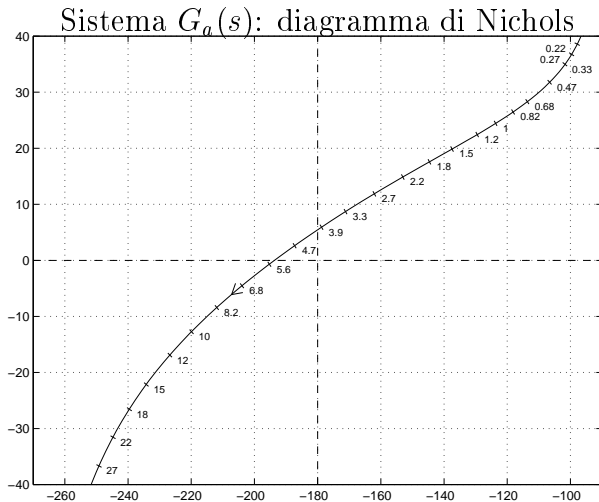
al variare del parametro $K > 0$. Determinare esattamente gli asintoti, le intersezioni ω^* con l'asse immaginario e i corrispondenti valori K^* del guadagno.

b) Tracciare qualitativamente il contorno delle radici del seguente sistema $G_2(s)$:

$$G_2(s) = \frac{(s + 50)}{s(s+b)(1 + \tau s)}$$

al variare del parametro $\tau > 0$. Calcolare inoltre per quali valori di τ il sistema è stabile.

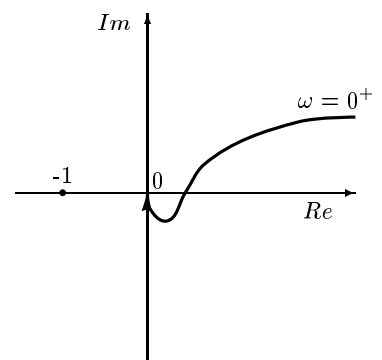
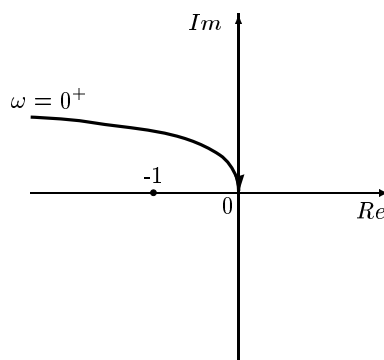
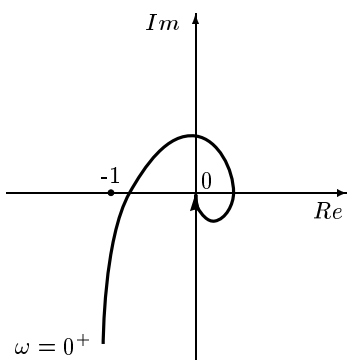
c) Siano date le seguenti due funzioni di risposta armonica dei sistemi $G_a(s)$ e $G_b(s)$:



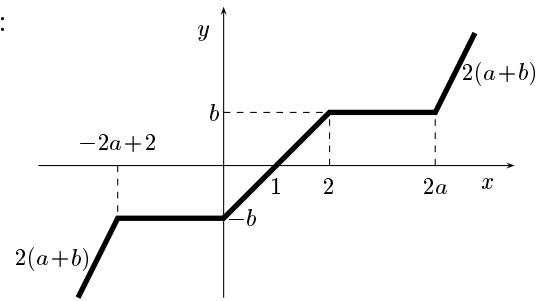
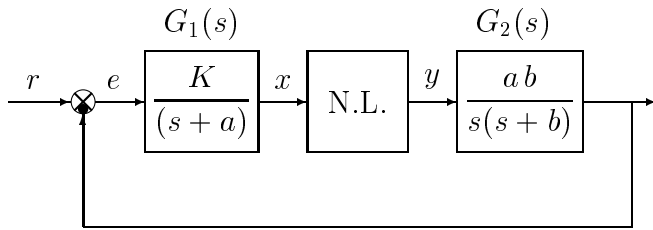
c.1) Per il sistema $G_a(s)$ progettare una rete ritardatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di ampiezza $M_a = 2b$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

c.2) Per il sistema $G_b(s)$ progettare una rete anticipatrice in grado di garantire al sistema compensato un margine di fase $M_\varphi = (30 + a)^\circ$. Scegliere il valore della pulsazione ω che si ritiene più opportuno;

d) Chiudere all'infinito i seguenti diagrammi di Nyquist e dire se il corrispondente sistema retroazionato è stabile o meno. Nota: tutti i diagrammi di Nyquist fanno riferimento a sistemi con tutti i poli a parte reale negativa eccezion fatta per un polo semplice o doppio nell'origine.



e) Si consideri il seguente sistema non lineare retroazionato:

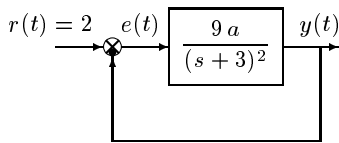


- e.1) Determinare il punto di lavoro (x_0, y_0) corrispondente all'ingresso costante $r = 3$.
 - e.2) Disegnare in modo qualitativo l'andamento della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto di equilibrio (x_0, y_0) .
 - e.3) Per $K = 1$ determinare se esistono o meno cicli limite nel sistema.
 - e.4) Dopo aver indicato con m il valore minimo della funzione descrittiva $F(X)$, discutere l'esistenza o meno di cicli limite nel sistema al variare del parametro K .
 - e.5) Determinare la pulsazione ω^* corrispondente agli eventuali cicli limite presenti nel sistema.
- f) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli/zeri, discretizzare la seguente rete correttiva:

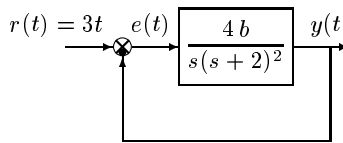
$$D(s) = \frac{M(s)}{E(s)} = \frac{s+a}{s+b}$$

giungendo anche alla determinazione della corrispondente equazione alle differenze. Si utilizzi il periodo di campionamento $T = 0.1$. Per chi ha $a = b$, utilizzare $b = 2a$.

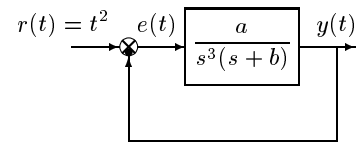
g) Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$$e(\infty) =$$

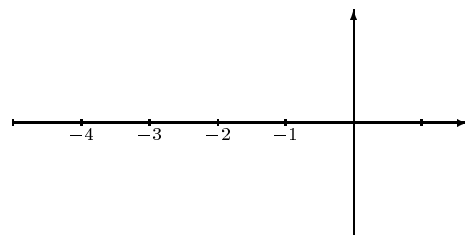
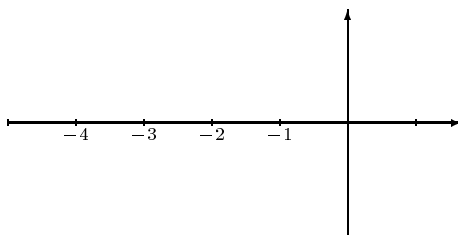
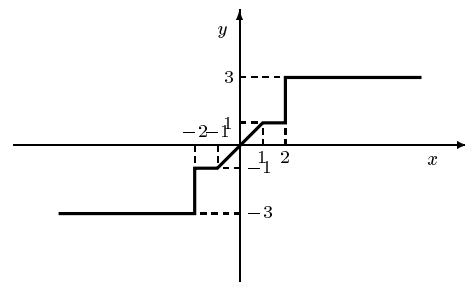
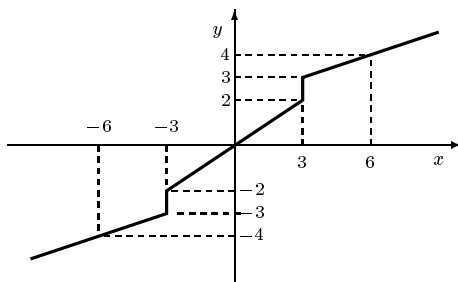


$$e(\infty) =$$



$$e(\infty) =$$

h) Sia $(0, 0)$ il punto di lavoro. Disegnare il cerchio critico corrispondente alle seguenti non linearità:



Secondo compito di “Controlli Automatici” - 24 Giugno 2002 - Risposte

a) La posizione degli zeri della funzione $G_1(s)$ è la seguente:

$$(s^2 - 32s + 400) = (s - 16)^2 + 12^2 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = 16 \pm 12j$$

L'andamento qualitativo del luogo delle radici al variare del parametro $K > 0$ è mostrato in Fig. 1. Nel luogo delle radici è presente un solo asintoto orizzontale (semiasse reale negativo).

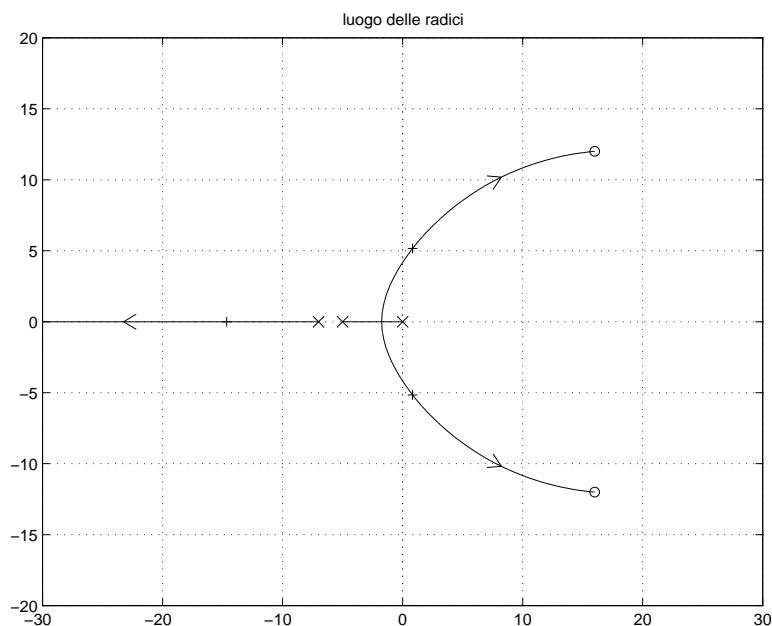


Figura 1: Luogo delle radici della funzione $G_1(s)$ al variare del parametro $K > 0$. Caso $a = 5$, $b = 7$.

In questo caso la posizione σ_a del centro degli asintoti non è significativa:

$$\sigma_a = -a - b - 32$$

Le intersezioni con l'asse immaginario si ricavano applicando il criterio di Routh all'equazione caratteristica:

$$1 + \frac{K(s^2 - 32s + 400)}{s(s+a)(s+b)} = 0 \quad \rightarrow \quad s^3 + (a+b+K)s^2 + (ab - 32K)s + 400K = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} 3 & 1 & (ab - 32K) & \\ 2 & (a+b+K) & 400K & \\ 1 & (a+b+K)(ab - 32K) - 400K & & \\ 0 & 400K & & \end{array}$$

Imponendo che tutti i coefficienti della prima colonna siano positivi si ottiene:

$$K > -a - b, \quad -32K^2 + [ab - 32(a+b) - 400]K + ab(a+b) > 0, \quad K > 0$$

Risolvendo l'equazione del secondo ordine si ottiene:

$$K_{1,2} = \frac{-[ab - 32(a+b) - 400] \pm \sqrt{[ab - 32(a+b) - 400]^2 + 4 \cdot 32ab(a+b)}}{-2 \cdot 32}$$

Il coefficiente della riga 1 è positivo se il valore di K è compreso tra i valori estremi K_1 e K_2 . Complessivamente il sistema è stabile per:

$$0 < K < K_1 = K^*$$

L'intersezione con l'asse immaginario si alla per $K = K^*$ in corrispondenza del punto

$$\omega^* = \sqrt{\frac{400K^*}{(a+b+K^*)}}$$

b) L'equazione caratteristica del sistema retroazionato è la seguente:

$$1 + G_2(s) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{(s + 50)}{s(s + b)(1 + \tau s)} = 0$$

Trasformando l'equazione si ottiene:

$$s(s + b)(1 + \tau s) + (s + 50) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{\tau s^2(s + b)}{s(s + b) + (s + 50)} = 0$$

La posizione dei poli della nuova funzione è:

$$s^2 + (1 + b)s + 50 = 0 \quad \rightarrow \quad s_{1,2} = \frac{-(1 + b) \pm j\sqrt{200 - (1 + b)^2}}{2}$$

L'andamento qualitativo del contorno delle radici della funzione $G_2(s)$ al variare del parametro $\tau > 0$ è mostrato in Fig. 2.

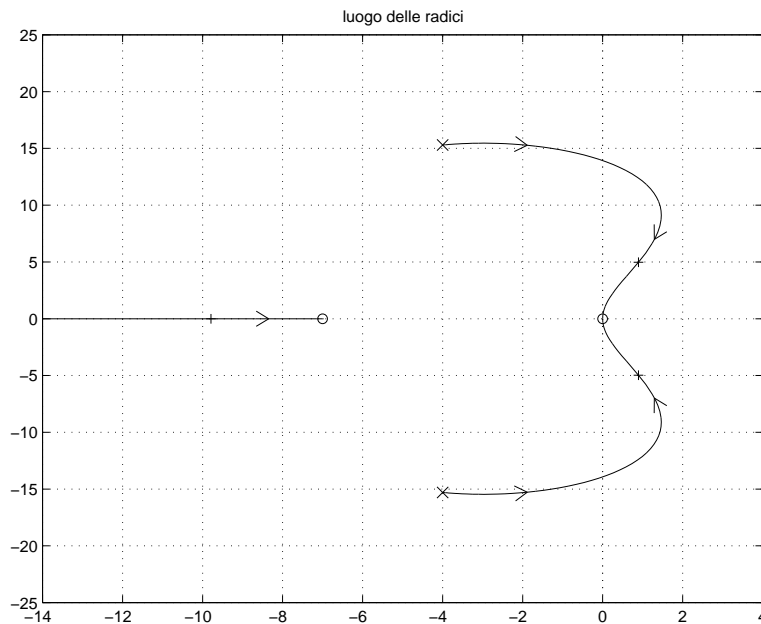


Figura 2: Contorno delle radici della funzione $G_2(s)$ al variare del parametro $\tau > 0$. Caso $b = 7$.

Nel contorno delle radici è presente un solo asintoto orizzontale (semiasse reale negativo) che è percorso dall'infinito al finito.

Le intersezioni con l'asse immaginario si ricavano applicando il criterio di Routh all'equazione caratteristica:

$$s(s + b)(1 + \tau s) + (s + 50) = 0 \quad \rightarrow \quad \tau s^3 + (1 + b\tau)s^2 + (b + 1)s + 50 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} 3 & & \tau & (b + 1) \\ 2 & & (1 + b\tau) & 50 \\ 1 & & (1 + b\tau)(b + 1) - 50\tau & \\ 0 & & 50 & \end{array}$$

Imponendo che tutti i coefficienti della prima colonna siano positivi si ottiene:

$$\tau > 0, \quad 0 < \tau < \frac{b + 1}{50 - b(b + 1)} = \tau^*$$

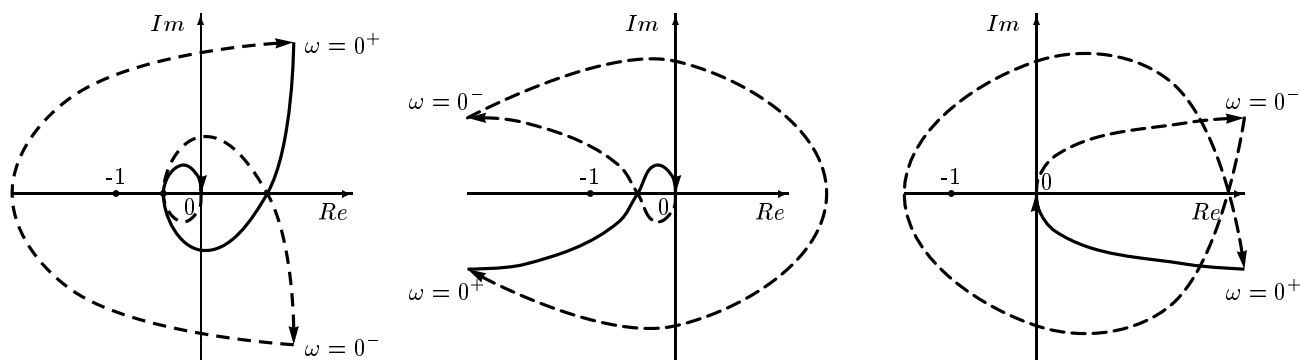
L'intersezione con l'asse immaginario si alla per $K = K^*$ in corrispondenza del punto

$$\omega^* = \sqrt{\frac{(b + 1)}{\tau^*}} = \sqrt{50 - b(b + 1)}$$

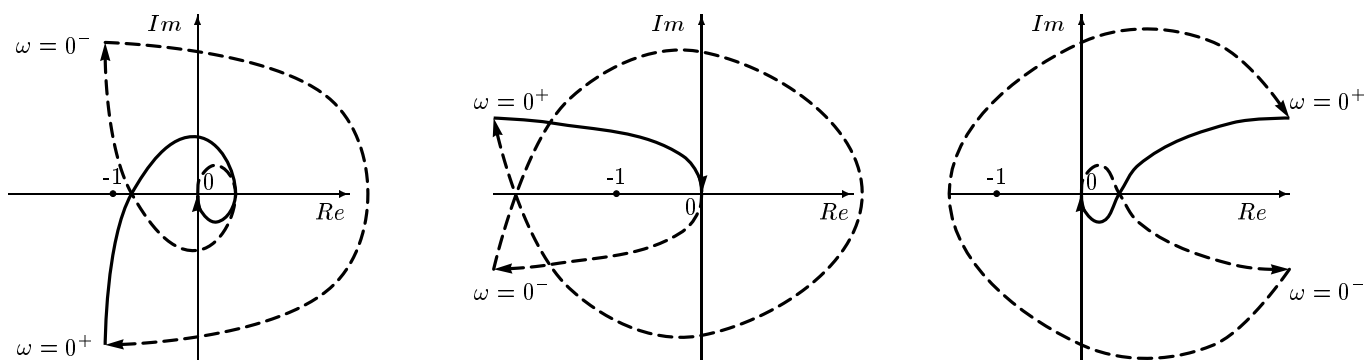
c.1) Da fare.

c.2) Da fare.

d) I diagrammi di Nyquist vanno chiusi all'infinito partendo da $\omega = 0^-$, arrivando a $\omega = 0^+$ e inserendo una semicirconferenza percorsa in senso orario per ogni polo che il sistema ha nell'origine.



Il primo e il terzo sistema sono instabili. Il secondo sistema è stabile.



In questo secondo caso, il primo sistema retroazionato è stabile, gli altri due sono instabili.

e.1) La funzione $G_2(s)$ è di tipo 1, per cui la retta di carico coincide con l'asse reale. Il punto di lavoro (x_0, y_0) è indipendente dal valore di r e coincide con il punto $(1, 0)$.

e.2) L'andamento qualitativo della funzione descrittiva $F(X)$ della non linearità $y(x)$ nell'intorno del punto di equilibrio $(1, 0)$ è mostrato in Fig. 3. Il valore di $F(X)$ per $X < 1$ è $F(X) = b$. Il

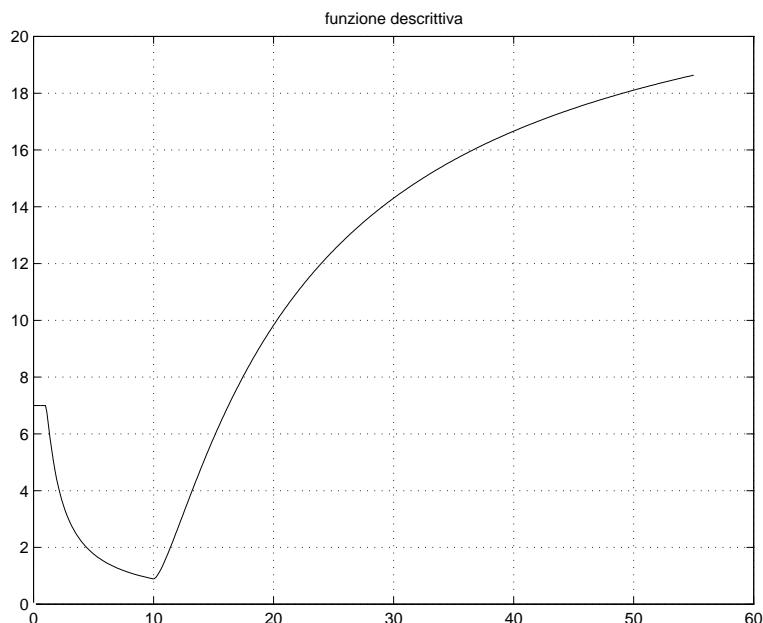


Figura 3: Funzione descrittiva $F(X)$ della $y(x)$ nell'intorno del punto di equilibrio $(1, 0)$. Caso $a = 5, b = 7$.

valore a cui tende $F(X)$ quando $X \rightarrow \infty$ è $F(X) = 2(a + b)$.

e.3) Per $K = 1$ la funzione $G(s)$ del sistema è:

$$G(s) = \frac{ab}{s(s+a)(s+b)}$$

Il margine di ampiezza di questo sistema è

$$M_a = K^* = \frac{ab(a+b)}{ab} = a+b$$

L'intersezione del diagramma di Nyquist con il semiasse reale negativo si ha nel punto $\sigma^* = -1/K^*$. L'intersezione del diagramma di Nyquist della funzione $G(s)$ con la funzione $-1/F(X)$ è mostrato in Fig. 4.

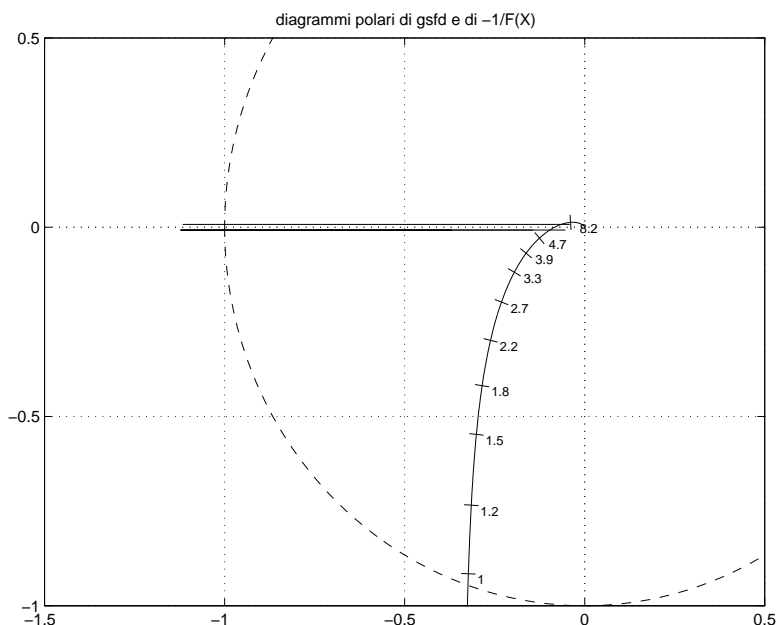


Figura 4: Intersezioni sul piano complesso tra le funzioni $G(j\omega)$ e $-1/F(X)$. Caso $a = 5$, $b = 7$.

e.4) Al variare di K si possono avere le seguenti situazioni operative:

$K < 0.5$	Non vi sono intersezioni tra la $G(j\omega)$ e $-1/F(X)$ per cui nel sistema non ci sono cicli limite. La funzione descrittiva è tutta esterna al diagramma polare completo per cui il sistema retroazionato è stabile.
$0.5 < K < \frac{a+b}{b}$	Esiste una sola intersezione in corrispondenza della quale la funzione $-1/F(X)$ esce dal diagramma polare completo della funzione $G(j\omega)$. Nel sistema è quindi presente un ciclo limite instabile.
$\frac{a+b}{b} < K < \frac{a+b}{m}$	Esistono 2 intersezioni tra le funzioni $G(j\omega)$ e $-1/F(X)$ per cui nel sistema sono presenti 2 cicli limite, uno stabile e l'altro instabile. La pulsazione dei 2 cicli limite è $\omega^* = \sqrt{ab}$ (vedi punto d.5).
$K > \frac{a+b}{m}$	Non vi sono intersezioni tra le funzioni $G(j\omega)$ e $-1/F(X)$. Siccome la funzione descrittiva è, in questo caso, tutta interna al diagramma polare completo, possiamo affermare che il sistema retroazionato è instabile.

e.5) La pulsazione ω^* corrispondente ai cicli limite presenti nel sistema è $\omega^* = \sqrt{ab}$. Questo valore si ricava dall'equazione ausiliaria che si ottiene dalla tabella di Routh quando $K = K^*$.

f) Utilizzando il metodo della corrispondenza poli/zeri si ottiene

$$D(s) = \frac{s+a}{s+b} \quad \rightarrow \quad D(z) = k \frac{1 - e^{-aT} z^{-1}}{1 - e^{-aT} z^{-1}} = \frac{k - \alpha z^{-1}}{1 - \beta z^{-1}}$$

dove si è posto $\alpha = k e^{-aT}$ e $\beta = e^{-bT}$. Il valore di k si calcola imponendo l'uguaglianza dei guadagni statici delle due funzioni

$$D(s)|_{s \rightarrow 0} = D(z)|_{z=1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{a}{b} = k \frac{1 - e^{-aT}}{1 - e^{-bT}} \quad \rightarrow \quad k = \frac{a(1 - e^{-bT})}{b(1 - e^{-aT})}$$

La corrispondente equazione alle differenze si ricava dalla seguente equazione polinomiale

$$M(z)(1 - \beta z^{-1}) = E(z)(k - \alpha z^{-1})$$

Antitrasformando si ricava:

$$m(k) = \beta m(k - 1) + k e(k) - \beta e(k - 1)$$

Nel caso $a = 5$ e $b = 7$ si ottiene:

$$m(k) = 0.4966 m(k - 1) + 0.9139 e(k) - 0.5543 e(k - 1)$$

La risposta al gradino delle funzioni $G(s)$ e $G(z)$ è mostrata in Fig. 5.

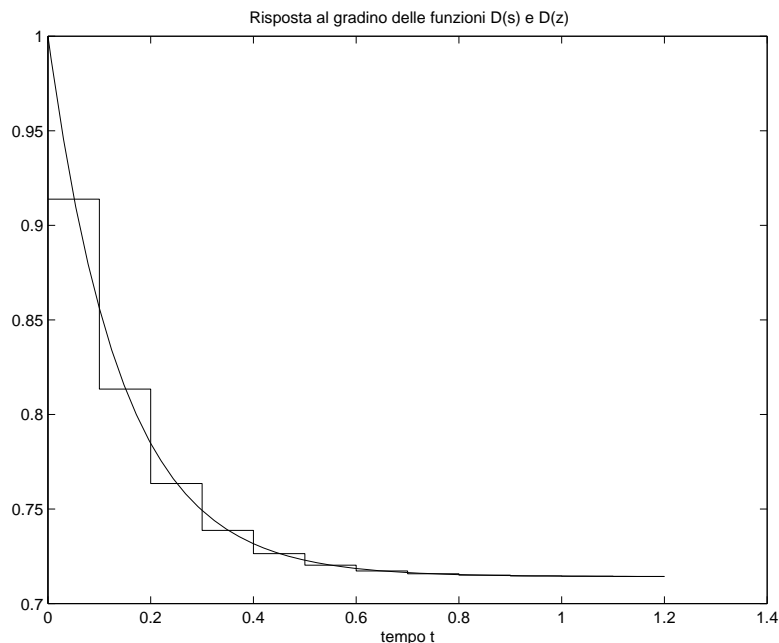
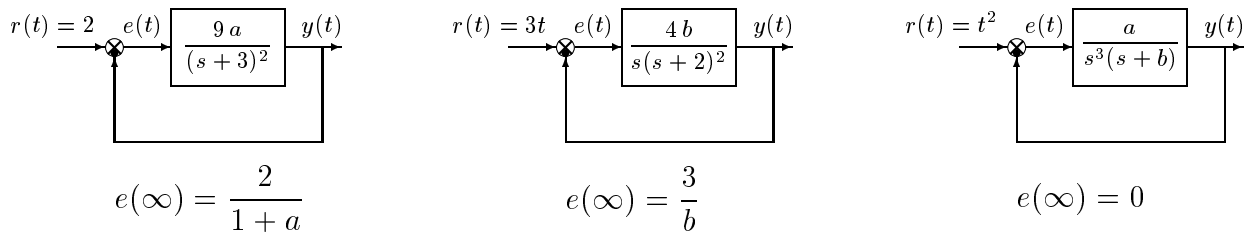
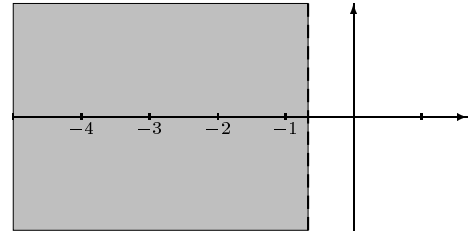
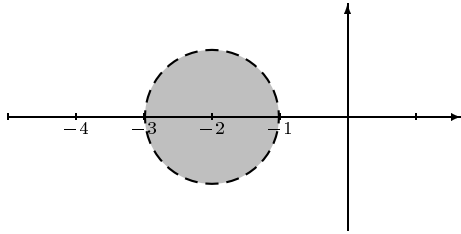
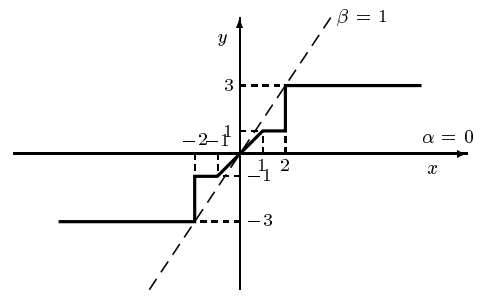
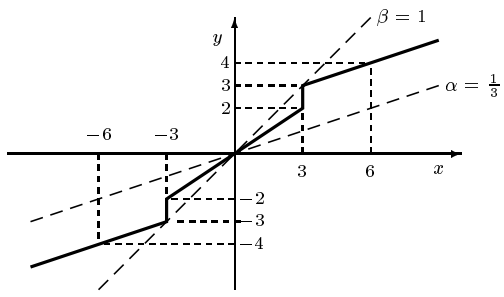


Figura 5: La risposta al gradino delle funzioni $G(s)$ e $G(z)$. Caso $a = 5$, $b = 7$.

g) L'errore a regime richiesto è il seguente:



h) Il cerchio critico corrispondente alla prima non linearità passa per i punti -1 e -3 . Il cerchio critico corrispondente alla seconda non linearità è un semipiano che passa per il punto $-\frac{2}{3}$.



Controlli Automatici - Secondo Compito
24 Giugno 2002 - Domande Teoriche

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

- Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi, allora è possibile affermare che il sistema retroazionato
 - è stabile
 - è instabile
 - può essere stabile
- Nella seconda formulazione del criterio di Nyquist, quella valida anche per sistemi "instabili", si fa l'ipotesi che il sistema, oltre a poter avere un polo semplice o doppio nell'origine,
 - sia a fase minima
 - abbia poli semplici sull'asse immaginario
 - non abbia poli sull'asse immaginario
- Una rete ritardatrice $D(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$, con $\tau_2 > \tau_1$,
 - sfasa a tutte le pulsazioni $\omega \in]0, \infty[$
 - è utile per stabilizzare sistemi fortemente instabili
 - rende "più pronto" il sistema retroazionato
- Per poter applicare il criterio del cerchio, la caratteristica non lineare $y(x)$ deve:
 - essere simmetrica rispetto all'origine
 - essere ad un sol valore
 - passare per l'origine
- Il metodo della funzione descrittiva per determinare l'ampiezza e la pulsazione di eventuali autooscillazioni presenti nel sistema
 - è un metodo esatto
 - è un metodo approssimato
 - è un metodo esatto solo se l'autooscillazione è stabile
- Il sistema $G(s) = \frac{1}{s^2}$ posto in retroazione unitaria negativa può essere stabilizzato utilizzando
 - un regolatore standard PI
 - una rete anticipatrice
 - una rete ritardatrice
- L'utilizzo di un controllore PI è preferibile rispetto ad un controllore PD
 - quando il margine di fase del sistema da controllare è fortemente negativo;
 - quando si vuole aumentare la prontezza di risposta del sistema controllato;
 - per sistemi di tipo 0, se si vuol avere un errore a regime nullo nella risposta al gradino;
- Il contorno delle radici studia le curve descritte sul piano complesso dalle radici dell'equazione caratteristica al variare di un parametro. Tale parametro
 - può essere un qualunque parametro dell'equazione caratteristica
 - deve essere un parametro che entra linearmente nell'equazione caratteristica
 - deve essere una costante di tempo relativa ad un polo o ad uno zero del sistema

9. Il teorema del baricentro del luogo delle radici si applica solamente alle funzioni razionali fratte $G(s) = N(s)/D(s)$ ($m = \text{grado}[N(s)]$ e $n = \text{grado}[D(s)]$) tali che

- $n > m$
- $n > m + 1$
- $n > m + 2$

10. Per poter applicare il metodo base della funzione descrittiva ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

- il sistema $G(s)$ deve essere a fase minima
- la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo “a settore”
- la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all’origine

11. Indicare quale di questi sistemi discreti $G(z)$ è asintoticamente stabile:

- $G(z) = \frac{1}{(z+2)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z-0.5)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.5)}$

12. Calcolare la funzione di trasferimento $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$2y(k+2) + 5y(k+1) + 4y(k) = x(k+1) + 3x(k) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{z+3}{2z^2 + 5z + 4}$$

13. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ delle seguenti due successioni di numeri $x(k)$:

$$x(k) = k \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{z}{(z-1)^2}, \quad x(k) = 2^k \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{z}{(z-2)}$$

14. Scrivere le formule di inversione per la sintesi dei parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttiva:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

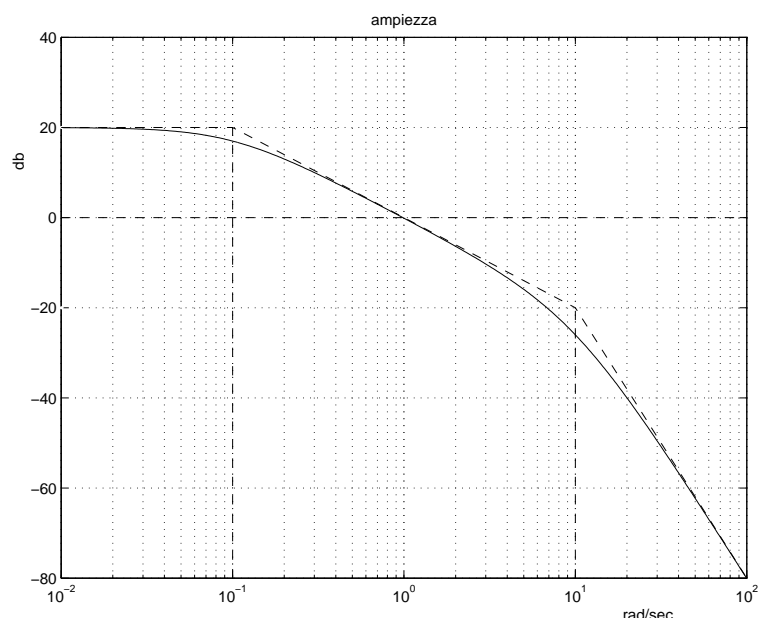
15. Facendo riferimento al diagramma di Bode della funzione $G(s)$ riportato a fianco, rispondere alle seguenti domande:

15.a) Fornire una stima della larghezza di banda ω_f del sistema $G(s)$: $\omega_f = 0.1$;

15.b) Fornire una stima della larghezza di banda ω_{0f} del sistema retroazionato $G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$: $\omega_{0f} = 1$;

15.c) Fornire una stima del margine di fase M_φ del sistema $G(s)$: $M_\varphi \simeq 80 \div 90^\circ$;

15.d) Fornire una stima del margine di fase M_φ del sistema $G_1(s) = 1000G(s)$: $M_\varphi \simeq -80 \div 90^\circ$;



Controlli Automatici - Secondo Compito
24 Giugno 2002 - Domande Teoriche

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Per ciascuno dei seguenti test segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test sono seguiti da più affermazioni giuste e si considerano superati quando queste vengono contrassegnate tutte.

- Se i coefficienti dell'equazione caratteristica di un sistema retroazionato sono tutti positivi, allora è possibile affermare che il sistema retroazionato
 - può essere stabile
 - può essere instabile
 - è stabile
- Nella seconda formulazione del criterio di Nyquist, quella valida anche per sistemi "instabili", si fa l'ipotesi che il sistema, oltre a poter avere un polo semplice o doppio nell'origine,
 - sia a fase minima
 - non abbia poli sull'asse immaginario
 - abbia poli semplici sull'asse immaginario
- Una rete anticipatrice $D(s) = \frac{1+\tau_1 s}{1+\tau_2 s}$, con $\tau_1 > \tau_2$,
 - anticipa a tutte le pulsazioni $\omega \in]0, \infty[$
 - è utile per stabilizzare sistemi fortemente instabili
 - rende "più pronto" il sistema retroazionato
- Per poter applicare il criterio del cerchio, la caratteristica non lineare $y(x)$ deve:
 - passare per l'origine
 - essere ad un sol valore
 - essere simmetrica rispetto all'origine
- Il metodo della funzione descrittiva per determinare l'ampiezza e la pulsazione di eventuali autooscillazioni presenti nel sistema
 - è un metodo esatto
 - è un metodo approssimato
 - è un metodo la cui precisione aumenta se $G(s)$ è un sistema "passa basso"
- Il sistema $G(s) = \frac{1}{s^2}$ posto in retroazione unitaria negativa può essere stabilizzato utilizzando
 - un regolatore standard PD
 - una rete anticipatrice
 - una rete ritardatrice
- L'utilizzo di un controllore PD è preferibile rispetto ad un controllore PI
 - quando il margine di fase del sistema da controllare è fortemente negativo;
 - quando si vuole aumentare la prontezza di risposta del sistema controllato;
 - per sistemi di tipo 0, se si vuol avere un errore a regime nullo nella risposta al gradino;
- Il contorno delle radici studia le curve descritte sul piano complesso dalle radici dell'equazione caratteristica al variare di un parametro. Tale parametro
 - può essere un qualunque parametro dell'equazione caratteristica
 - deve essere una costante di tempo relativa ad un polo o ad uno zero del sistema
 - deve essere un parametro che entra linearmente nell'equazione caratteristica

9. Il teorema del baricentro del luogo delle radici si applica solamente alle funzioni razionali fratte $G(s) = N(s)/D(s)$ ($m = \text{grado}[N(s)]$ e $n = \text{grado}[D(s)]$) tali che

- $n \geq m$
- $n \geq m + 1$
- $n \geq m + 2$

10. Per poter applicare il metodo base della funzione descrittiva ad un sistema $G(s)$ retroazionato su una non linearità $y = f(x)$

- il sistema $G(s)$ deve avere tutti i poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
- la non linearità $y = f(x)$ deve essere di tipo “a settore”
- la non linearità $y = f(x)$ deve essere simmetrica rispetto all’origine

11. Indicare quale di questi sistemi discreti $G(z)$ è asintoticamente stabile:

- $G(z) = \frac{1}{z(z-0.5)}$
- $G(z) = \frac{1}{z(z+0.5)}$
- $G(z) = \frac{1}{(z+2)}$

12. Calcolare la funzione di trasferimento $G(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ corrispondente alla seguente equazione alle differenze:

$$3y(k+2) + 6y(k+1) + 5y(k) = x(k+1) + 4x(k) \quad \rightarrow \quad G(s) = \frac{z+4}{3z^2+6z+5}$$

13. Calcolare la \mathcal{Z} -trasformata $X(z)$ delle seguenti due successioni di numeri $x(k)$:

$$x(k) = 2k \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{2z}{(z-1)^2}, \quad x(k) = 3^k \quad \rightarrow \quad X(z) = \frac{z}{(z-3)}$$

14. Scrivere le formule di inversione per la sintesi dei parametri τ_1 e τ_2 di una rete correttiva:

$$\tau_1 = \frac{M - \cos \varphi}{\omega \sin \varphi}, \quad \tau_2 = \frac{\cos \varphi - \frac{1}{M}}{\omega \sin \varphi}$$

15. Facendo riferimento al diagramma di Bode della funzione $G(s)$ riportato a fianco, rispondere alle seguenti domande:

15.a) Fornire una stima della larghezza di banda ω_f del sistema $G(s)$:
 $\omega_f = 1$;

15.b) Fornire una stima della larghezza di banda ω_{0f} del sistema retroazionato $G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$:
 $\omega_{0f} = 10$;

15.c) Fornire una stima del margine di fase M_φ del sistema $G(s)$:
 $M_\varphi = 80 \div 90$;

15.d) Fornire una stima del margine di fase M_φ del sistema $G_1(s) = 1000G(s)$:
 $M_\varphi = -80 \div 90$;

