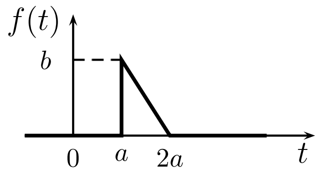
Controlli Automatici - Primo Compito
9 Novembre 2005 - Esercizi
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a e b i valori assegnati e si risponda alle domande.

a) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

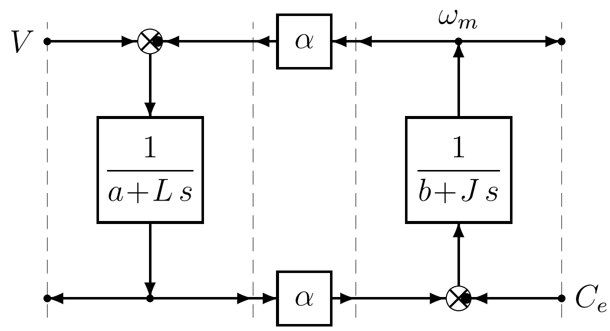
$$x_1(t) = [a\,t + \cos(b\,t)]\,e^{2\,t}, \qquad x_2(t) = a\,\delta(t) - b\,t^4 e^{-b\,t},$$



b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{3\,s + a}{(s+a)^2 + b^2}, \qquad G_2(s) = \frac{b}{s(s+a)^2}, \qquad G_3(s) = \frac{2\,s^2 + b^2}{s^2 + a^2}$$

c) Lo schema a blocchi riportato a fianco rappresenta la dinamica di un motore in corrente continua (V è la tensione in ingresso, C_e è la coppia resistente, ω_m è la velocità angolare del motore, α è la costante di coppia, L ed a sono l'induttanza e la resistenza del circuito di armatura, b e J sono il coefficiente di attrito e il momento di inerzia del motore).



c.1) Utilizzando la formula di Mason, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s) = \frac{\omega_m(s)}{V(s)}$ e $G_2(s) = \frac{\omega_m(s)}{C_e(s)}$ che legano gli ingressi $V(s)$ e $C_e(s)$ all'uscita $\omega_m(s)$:

$G_1(s) =$ $\qquad\qquad$ $G_2(s) =$

c.2) Posto $L = 10$, $J = 10$, $\alpha = 10$ ed utilizzando l'approssimazione dei sistemi a poli dominanti, calcolare l'andamento qualitativo della risposta della funzione di trasferimento $G_1(s)$ ad un gradino di tensione $V(t) = 100$ in ingresso. Riportare tale andamento sui fogli a quadretti che vi sono stati forniti. Inoltre, calcolare il tempo di assestamento T_a, la massima sovraelongazione $S\%$ e il periodo T dell'eventuale oscillazione smorzata (se è presente):

$T_a = \ldots\ldots$ $\qquad$ $S\% = \ldots\ldots$ $\qquad$ $T = \ldots\ldots$

c.3) Sempre per $L = 10$, $J = 10$ e $\alpha = 10$, disegnare l'andamento qualitativo dei diagrammi asintotici di Bode (di ampiezza e fase) della funzione di trasferimento $G_1(s)$. Riportare tali grafici sui fogli a quadretti che vi sono stati forniti. Utilizzando tali grafici, oppure utilizzando direttamente la funzione $G_1(s)$, calcolare la risposta a regime $\omega_\infty(t)$ del sistema alla seguente sollecitazione sinusoidale in ingresso: $V(t) = 100 + a\,\cos(b\,t)$.

$\omega_\infty(t) =$

d) Tracciare i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi della funzione $G(s)$:

$$G(s) = \frac{s\,(s+400)}{(1+a\,s)(s^2 - 0.3\,b\,s + 9)}$$

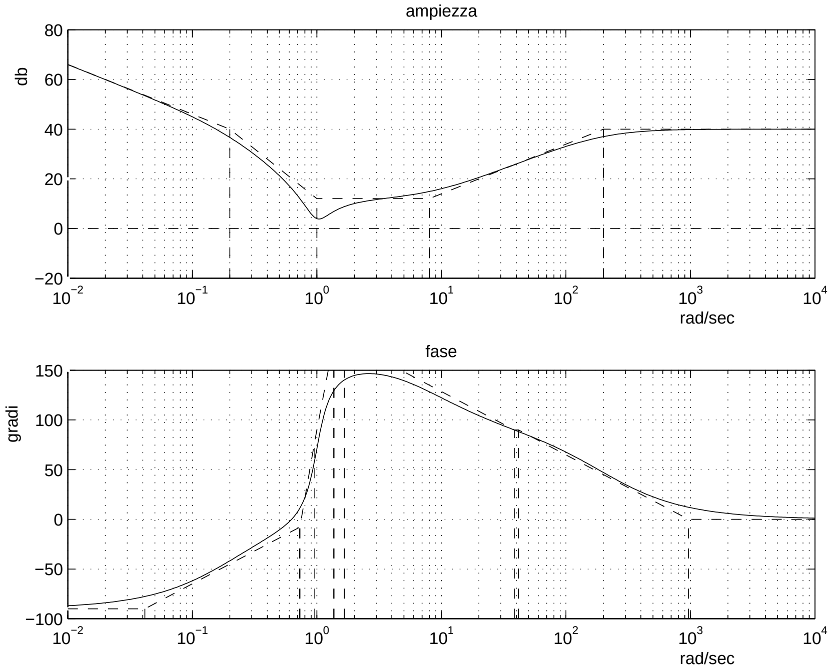
Nota. La presenza di uno zero nell'origine (anzichè di un polo) non modifica le regole di tracciamento dei diagrammi asintotici: la pendenza iniziale è +1 (anzichè -1) e la formula per il calcolo di β alla pulsazione di primo cambio pendenza è sempre valida (basta porre $h = -1$).

e) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

e.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:
$x(t) = 2\,a\,\sin(0.1\,b\,t + \pi/6)$;

e.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Stimare in modo approssimato eventuali valori di δ.

$G(s) =$

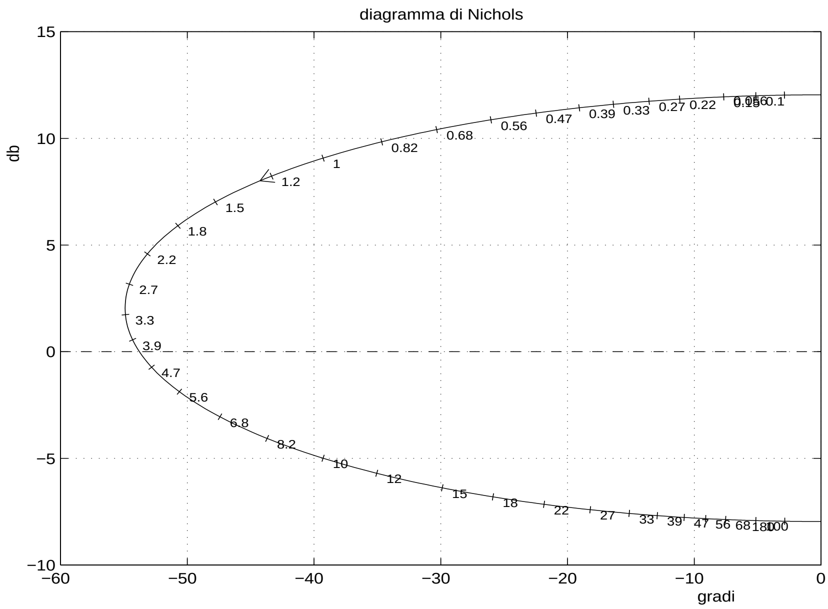


f) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ il cui diagramma di Nichols è mostrato in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

f.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale:
$x(t) = a + 2\,\cos(0.5\,b\,t)$;

f.2) calcolare per quale valore di ω si ha il massimo sfasamento tra un segnale sinusoidale in ingresso e il corrispondente segnale sinusoidale in uscita:

$$\omega = \ldots\ldots$$



g) Si faccia riferimento al diagramma di Bode dei moduli mostrato in figura.

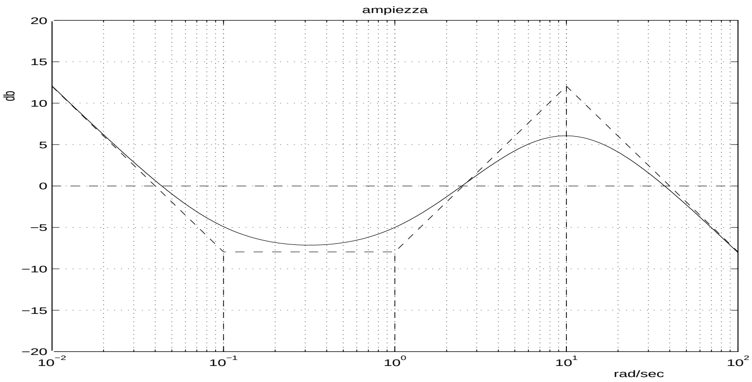
Sapendo che il sistema è a fase minima, stimare "indicativamente" la fase del sistema in corrispondenza delle seguenti pulsazioni:

$$\omega_1 = 0.01 \quad \rightarrow \quad \varphi_1 \simeq \ldots\ldots$$

$$\omega_2 = 0.1 \quad \rightarrow \quad \varphi_2 \simeq \ldots\ldots$$

$$\omega_3 = 10 \quad \rightarrow \quad \varphi_3 \simeq \ldots\ldots$$

$$\omega_4 = 100 \quad \rightarrow \quad \varphi_4 \simeq \ldots\ldots$$



Controlli Automatici - Primo Compito
9 Novembre 2005 - Domande
Compito Nr. $a =$ $b =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	
C.L.:	Info. ‖ Elet. ‖ Telec. ‖ Altro.

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad "a" e "b" i valori assegnati e si risponda alle domande. Per ciascuno dei test a soluzione multipla, segnare con una crocetta le affermazioni che si ritengono giuste. Alcuni test contengono più affermazioni giuste e si considerano superati quando "tutte" le affermazioni giuste sono contrassegnate.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{3\,s^2 + b}{s(s^2 + 2\,s + a)} \qquad \rightarrow$$

2. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è l'andamento temporale $g_1(t)$ corrispondente ad una coppia di poli complessi coniugati posizionati in $p_{1,2} =$ "b" $\pm\, j$ "a" con grado di molteplicità $r = 2$ (indicare in modo simbolico i parametri non noti):

$$g_1(t) =$$

3. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da una pulsazione naturale ω_n pari ad "b", un coefficiente di smorzamento $\delta = 0.4$ e un guadagno statico pari a "a":

$$G(s) =$$

4. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0^+}$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s) = \frac{b\,s + 3}{(s + b)(s - a) + 2} \qquad \rightarrow \qquad y_0 =$$

5. Calcolare il valore il valore finale $y_\infty = \lim_{t\to\infty}$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

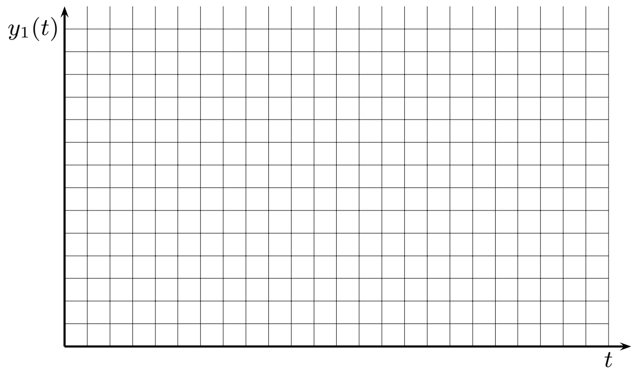
$$Y(s) = \frac{s - a}{(b\,s + 3)\,s} \qquad \rightarrow \qquad y_\infty =$$

6. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del sistema $G_1(s)$. Calcolare il guadagno statico il tempo di assestamento T_a, il periodo T dell'oscillazione smorzata (se esiste) e la massima sovraelongazione $S\% = 100\, e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}}$ (se esiste):

$$G_1(s) = \frac{100}{[(s + b)^2 + a^2](0.1\,s + b)}$$

$K_0 =$ $\qquad T_a =$

$T =$ $\qquad S\% =$



7. Scrivere il modulo $M(\omega) = |G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega) = \arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s) = \frac{e^{-b\,s}}{s(a - s)} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega) = \\ \varphi(\omega) = \end{cases}$$

8. Calcolare la trasformata $Y(s)$ del segnale di uscita corrispondente all'equazione differenziale $3\,\dot{y}(t) + 4\,b\,y(t) = 2\,x(t)$, in presenza di un ingresso nullo $x(t) = 0$ e con condizione iniziale $y(0) = a$ (fare i calcoli mantenendo i parametri in forma simbolica).

$$Y(s) =$$

9. Il picco di risonanza M_R di un sistema del 2^o ordine è:

   - ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-2\delta^2}}$
   - ◯ $M_R = \frac{\delta}{2\sqrt{1-\delta^2}}$
   - ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-2\delta^2}}$
   - ◯ $M_R = \frac{1}{2\delta\sqrt{1-\delta^2}}$

10. Un sistema che realizza un ritardo puro

   - ◯ è un sistema lineare tempo invariante
   - ◯ è un sistema lineare tempo variante
   - ◯ è un sistema non lineare tempo invariante

11. Un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, ha un picco di risonanza $M_R > 1$

   - ◯ se e solo se $0 < \delta < 1/\sqrt{2}$
   - ◯ se e solo se $0 < \delta < 0.5$
   - ◯ se e solo se $0.5 < \delta < 1/\sqrt{2}$
   - ◯ se e solo se $0 < \delta < 1$

12. La funzione di risposta armonica $F(\omega)$ di un sistema lineare tempo invariante può essere determinata sperimentalmente per punti

   - ◯ solo se il sistema è a fase minima
   - ◯ solo se il sistema è stabile
   - ◯ solo se il sistema è asintoticamente stabile
   - ◯ anche se il sistema è instabile

13. In un sistema del secondo ordine a poli complessi coniugati e privo di zeri, il coefficiente di smorzamento δ rimane costante al variare della posizione dei poli su

   - ◯ una retta uscente dall'origine
   - ◯ una retta parallela all'asse immaginario
   - ◯ una circonferenza con centro nell'origine

14. La funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema asintoticamente stabile e a fase minima è completamente determinata

   - ◯ dal diagramma di Bode delle ampiezze
   - ◯ dalla risposta impulsiva $g(t)$ del sistema
   - ◯ dalla risposta $h(t)$ del sistema al gradino unitario

15. Per $\omega = 1/\tau$, il diagramma "reale" di Bode delle ampiezze della funzione $G(j\omega) = \frac{1}{1-j\tau\omega}$

   - ◯ vale $1/2$
   - ◯ vale $1/\sqrt{2}$
   - ◯ vale $\simeq -3$ db.
   - ◯ ha guadagno unitario