Controlli Automatici A - A.A. 2006/07

Compito Completo

18 Dicembre 2006 - Esercizi

Compito Nr. $a =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a il valore assegnato e si risponda alle domande.

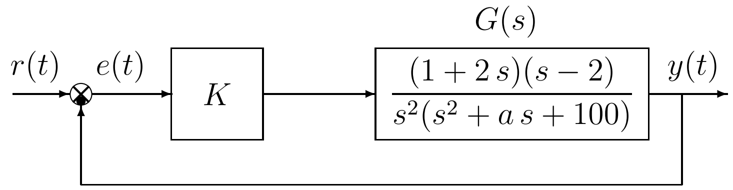
a) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = 2\,e^{-3t}\sin(5\,t), \qquad\qquad x_2(t) = 7\,t^2\,e^{2\,t}$$

b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2}{(s+1)(s+2)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{2(s+3)}{(s+3)^2+25}$$

c) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



c.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

c.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

c.3) Calcolare, in funzione del parametro K, l'errore a regime $e(\infty)$ del sistema retroazionato nel caso in cui $r(t) = 5\,t^2$.

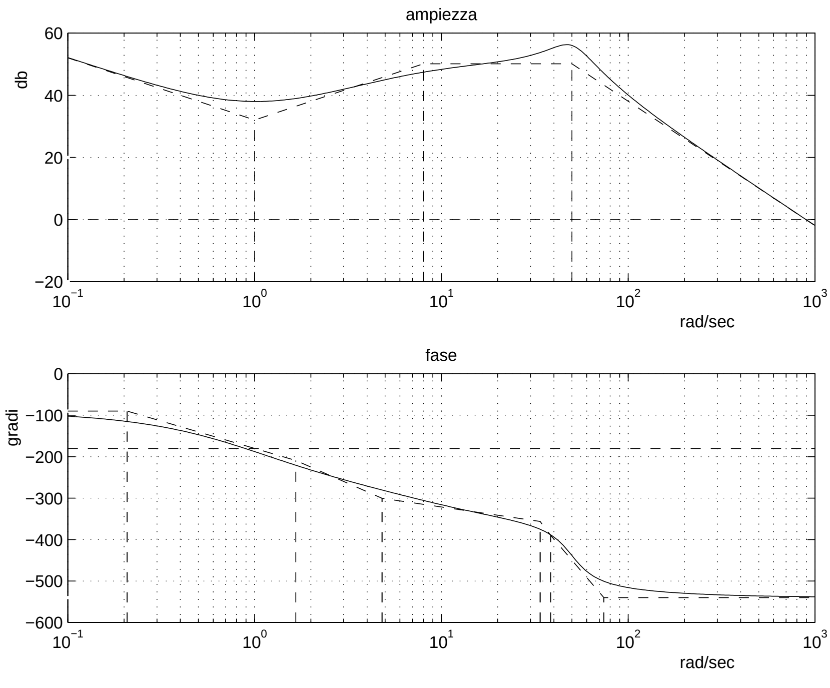
c.4) Posto $K = 100$, tracciare qualitativamente i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi del guadagno di anello $K\,G(s)$.

d) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

d.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale: $x(t) = 3\sin(2\,a\,t + \frac{\pi}{6})$;

d.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Giustificare brevemente la soluzione trovata.

$G(s) =$



e) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici:

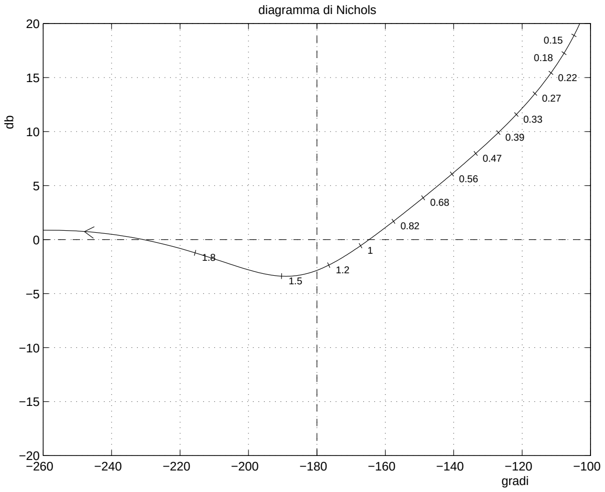
e.1) Indicare il margine di ampiezza M_a e il margine di fase M_φ.

e.2) Calcolare per quali valori del guadagno $K_p > 0$ il sistema $K_p\, G(s)$ posto in retroazione unitaria è stabile. Nota: i valori espressi in db vanno convertiti in valori numerici.

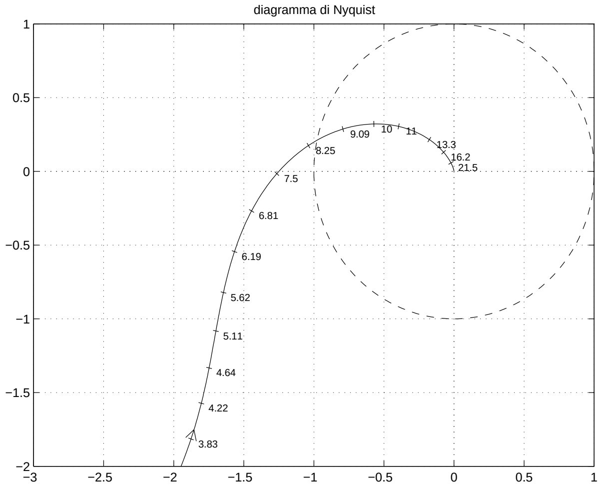
e.3) Determinare per quale valore K_φ del guadagno il sistema $K_\varphi\, G(s)$ presenta un margine di fase pari a $M_\varphi = (20 + 2a)$

e.4) Determinare per quale valore K_a del guadagno il sistema $K_a\, G(s)$ presenta un margine di ampiezza pari a $M_a = (2 + 0.8a)$

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$

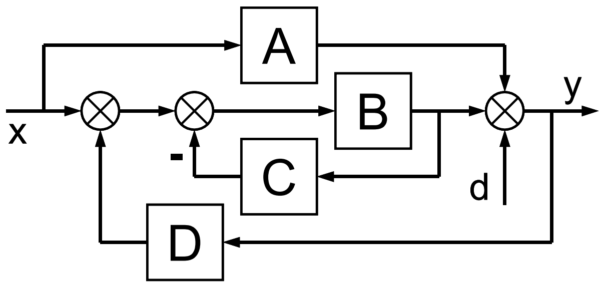


e.1)	$M_a =$.........	e.1)	$M_a =$.........
	$M_\varphi =$.........		$M_\varphi =$.........
e.2)	.........$< K_p <$.........	e.2)	.........$< K_p <$.........
e.3)	$K_\varphi =$	e.3)	$K_\varphi =$ ....
e.4)	$K_a =$	e.4)	$K_a =$ ....

f) Relativamente allo schema a blocchi riportato in figura, calcolare le funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:

$$G_1(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

$$G_2(s) = \frac{Y(s)}{D(s)}$$



Controlli Automatici A
Compito Completo
18 Dicembre 2006 - Domande Teoriche

Compito Nr. $\boxed{a =\quad}$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle seguenti domande sostituendo ai parametri a e b i valori assegnati. Per ciascuno dei test a soluzione multipla segnare con una crocetta tutte le affermazioni che si ritengono giuste.

1. Scrivere, in funzione dei segnali $x(t)$ e $y(t)$, l'equazione differenziale corrispondente alla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{s^2 + 2\,s + a}{s^3 + 3\,s^2 + 5\,s + 1} \qquad \rightarrow$$

2. Calcolare il valore iniziale $y_0 = \lim_{t\to 0} y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

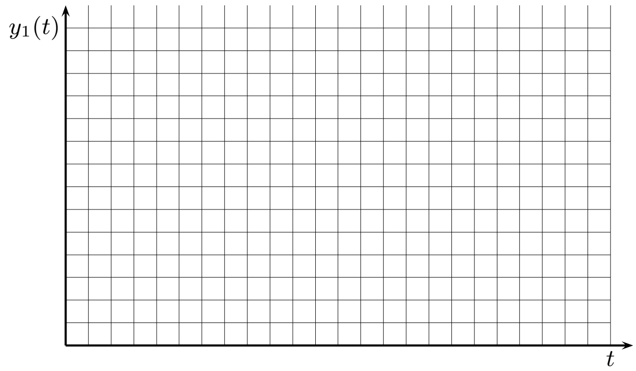
$$Y(s) = \frac{(2 - 3\,s)(s + 2)}{s(s^2 + 5s + a)} \qquad \rightarrow \qquad y_0 =$$

3. Disegnare l'andamento qualitativo $y_1(t)$ della risposta al gradino unitario del sistema $G_1(s)$. Calcolare il guadagno statico il tempo di assestamento T_a, il periodo T dell'oscillazione smorzata (se esiste) e la massima sovraelongazione $S\% = 100\, e^{-\delta\pi/\sqrt{1-\delta^2}}$ (se esiste):

$$G_1(s) = \frac{200}{[(s + 3)^2 + 4^2](0.1\,s + 4)}$$

$K_0 =$ $\qquad\qquad$ $T_a =$

$T =$ $\qquad\qquad$ $S\% =$



4. Enunciare il criterio di Nyquist nella sua formulazione più semplice valida per sistemi stabili ad anello aperto).
<u>*Criterio di Nyquist.*</u> *Nell'ipotesi che la funzione guadagno di anello $F(s)$ ...*

condizione ......

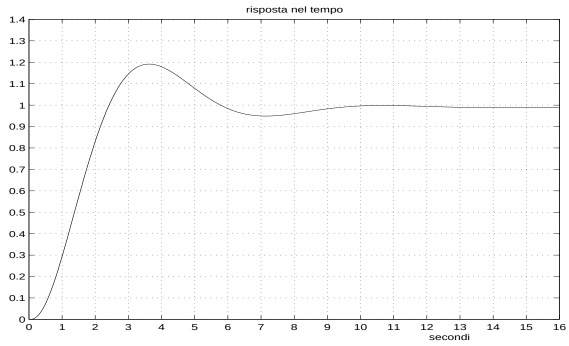
5. Calcolare l'eventuale posizione σ_a dell'asintoto verticale del diagramma di Nyquist di $G(s)$:

$$G(s) = \frac{(s - 2)(2 + a\,s)}{s(s + 0.1)(s^2 + 2\,s + 5)} \qquad \rightarrow \qquad \sigma_a =$$

6. Quella riportata a fianco é la risposta temporale $y(t)$ del sistema retroazionato $G_0(s)$:

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

ad un gradino <u>unitario</u> posto in ingresso. Da tale risposta al gradino é possibile ricavare una stima dei seguenti parametri.



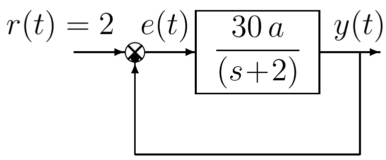
a) Guadagno statico del sistema $G(s)$:

- ○ $G(0) \simeq 0.1$
- ○ $G(0) \simeq 1$
- ○ $G(0) \simeq 10$
- ○ $G(0) \simeq 100$

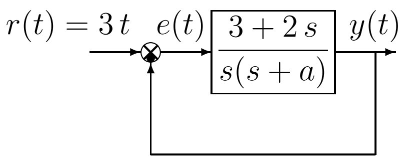
b) Larghezza di banda del sistema $G_0(s)$:

- ○ $\omega_{f0} \simeq 0.1$
- ○ $\omega_{f0} \simeq 1$
- ○ $\omega_{f0} \simeq 10$
- ○ $\omega_{f0} \simeq 100$

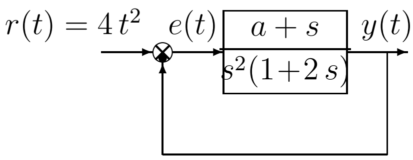
7. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:



$e(\infty) =$



$e(\infty) =$

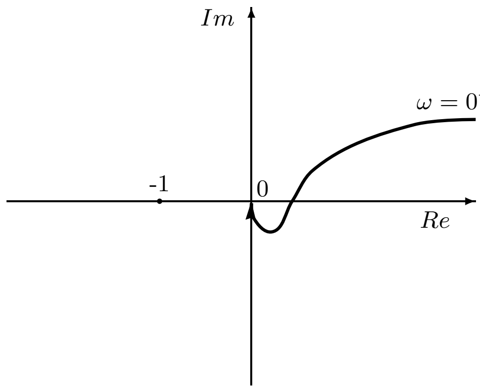


$e(\infty) =$

8. Dato il seguente diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$ con 2 polo nell'origine e tutti gli altri a parte reale negativa, disegnate il diagramma polare completo.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

- ○ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;
- ○ $(K < 0,\ |K| << 1)$;
- ○ $(K > 0,\ |K| << 1)$;
- ○ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;



9. Si supponga che nella costruzione di una tabella di Routh si è ottenuta la situazione riportata di fianco.

a) Scrivere la corrispondente equazione ausiliaria:

...

7	1	2	3	5	0
6	2	4	6	10	0
5	0	0	0	0	
4	...				
3	...				
2	...				
1	...				
0	...				

b) Le radici dell'equazione ausiliaria:

- ○ sono sempre tutte posizionate sull'asse reale
- ○ sono radici simmetriche rispetto all'asse reale
- ○ non sono mai posizionate sull'asse immaginario
- ○ sono radici simmetriche rispetto all'asse immaginario