Controlli Automatici A - A.A. 2006/07

Compito Completo

10 Gennaio 2007 - Esercizi

Compito Nr. $a =$

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Negli esercizi che seguono, si sostituisca ad a il valore assegnato e si risponda alle domande.

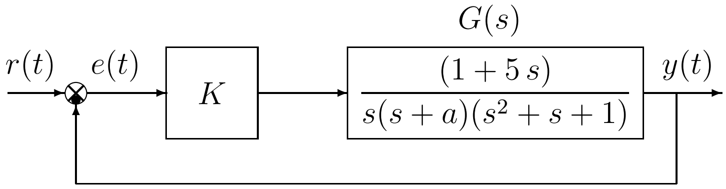
a) Calcolare la trasformata di Laplace $X(s)$ dei seguenti segnali temporali $x(t)$:

$$x_1(t) = 2 + t^2\, e^{4t}, \qquad\qquad x_2(t) = 7\, e^{-3\,t}\cos(2\,t)$$

b) Calcolare la risposta impulsiva $g_i(t)$ delle seguenti funzioni di trasferimento $G_i(s)$:

$$G_1(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}, \qquad\qquad G_2(s) = \frac{(s+3)}{(s+2)}$$

c) Sia dato il seguente sistema retroazionato:



c.1) Determinare per quali valori del parametro K il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

c.2) Disegnare qualitativamente il diagramma di Nyquist "completo" della funzione $G(s)$. Calcolare esattamente la posizione σ_a dell'asintoto verticale, le eventuali intersezioni σ_i^* con l'asse reale e i corrispondenti valori delle pulsazioni ω_i^*.

c.3) Posto $K = 10$, tracciare qualitativamente i diagrammi asintotici di Bode delle ampiezze e delle fasi del guadagno di anello $K\,G(s)$.

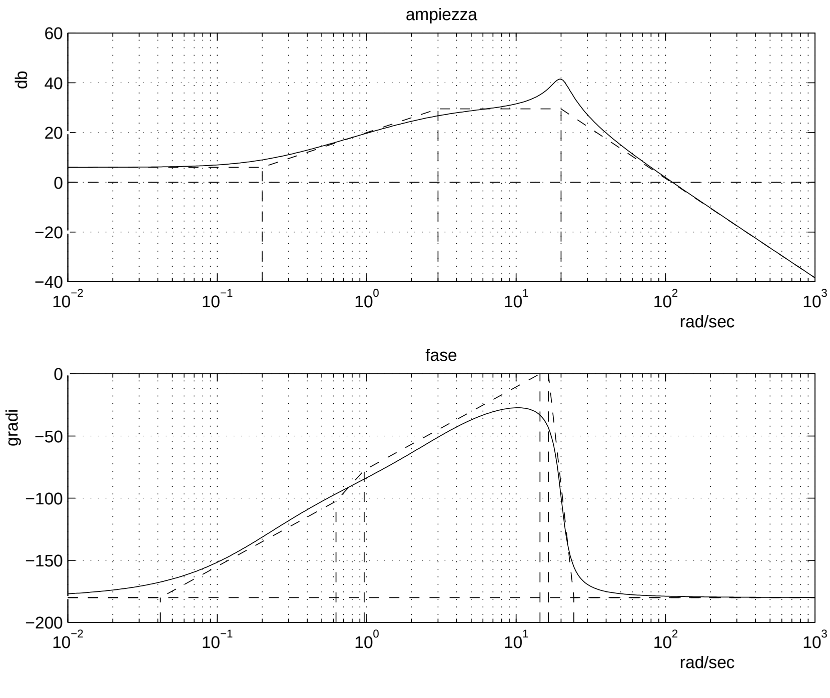
c.4) Calcolare, in funzione del parametro K, l'errore a regime $e(\infty)$ del sistema retroazionato nel caso in cui $r(t) = 3\,t$.

d) Si faccia riferimento ad un sistema $G(s)$ i cui diagrammi di Bode sono mostrati in figura. Nei limiti della precisione consentita dal grafico si risponda alle seguenti domande:

d.1) calcolare la risposta "a regime" $y_\infty(t)$ del sistema $G(s)$ quando in ingresso è presente il segnale: $x(t) = 3 + 2\cos(a\,t + \frac{\pi}{2})$;

d.2) ricavare l'espressione analitica della funzione di trasferimento $G(s)$. Giustificare brevemente la soluzione trovata.

$G(s) =$



e) I diagrammi riportati sotto sono relativi a due sistemi a fase minima $G_1(s)$ e $G_2(s)$.
Per ciascuno dei due sistemi e nei limiti della precisione consentita dai grafici:

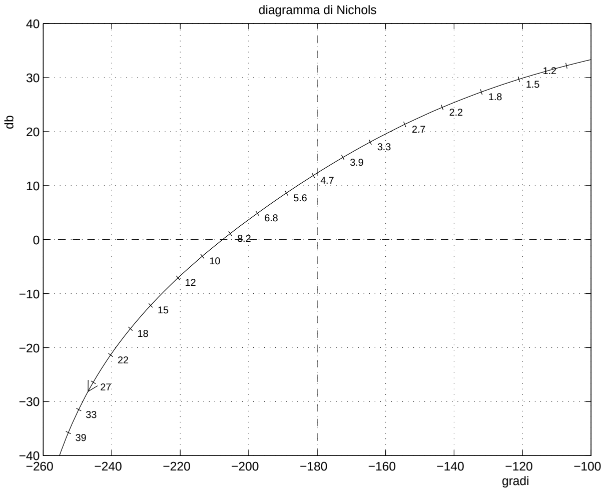
e.1) Indicare il margine di ampiezza M_a e il margine di fase M_φ.

e.2) Calcolare per quali valori del guadagno $K_p > 0$ il sistema $K_p\, G(s)$ posto in retroazione unitaria è stabile. Nota: i valori espressi in db vanno convertiti in valori numerici.

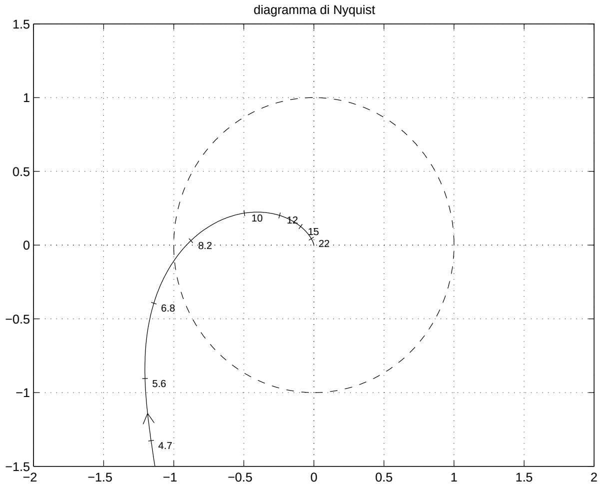
e.3) Determinare per quale valore K_φ del guadagno il sistema $K_\varphi\, G(s)$ presenta un margine di fase pari a $M_\varphi = (30 + 2a)$

e.4) Determinare per quale valore K_a del guadagno il sistema $K_a\, G(s)$ presenta un margine di ampiezza pari a $M_a = (2 + 0.5a)$

$G_1(j\omega)$



$G_2(j\omega)$



e.1) $M_a =$.........

$M_\varphi =$.........

e.2) ....$< K_p <$.........

e.3) $K_\varphi =$ ....

e.4) $K_a =$ ....

e.1) $M_a =$.........

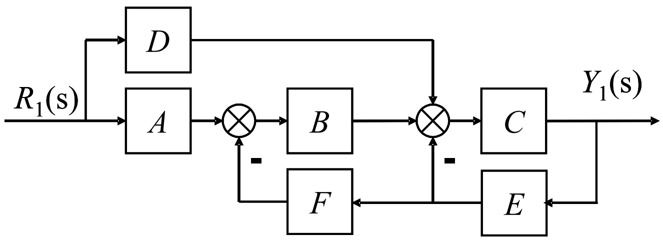
$M_\varphi =$.........

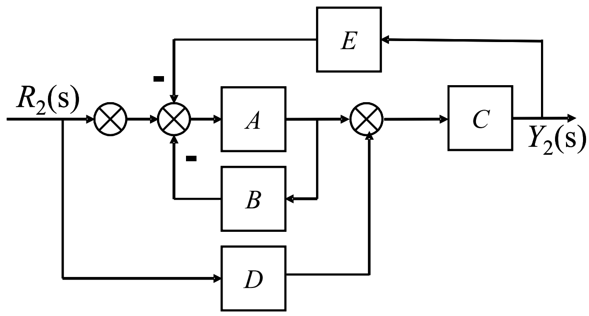
e.2) ....$< K_p <$.........

e.3) $K_\varphi =$ ....

e.4) $K_a =$ ....

f) Relativamente agli schemi a blocchi riportati in figura, calcolare le seguenti funzioni di trasferimento $G_1(s)$ e $G_2(s)$:





$$G_1(s) = \frac{Y_1(s)}{R_1(s)} =$$

$$G_2(s) = \frac{Y_2(s)}{R_2(s)} =$$

Controlli Automatici A
Compito Completo
10 Gennaio 2007 - Domande Teoriche

Nome:	
Nr. Mat.	
Firma:	

Rispondere alle seguenti domande sostituendo ai parametri a e b i valori assegnati. Per ciascuno dei test a soluzione multipla segnare con una crocetta tutte le affermazioni che si ritengono giuste.

1. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ corrispondente alla seguente l'equazione differenziale:

$$2\dddot{y}+3\ddot{y}+7\dot{y}+y=\ddot{x}+2\dot{x}+3x \qquad \rightarrow \qquad G(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=$$

2. Nella scomposizione in fratti semplici, qual è la posizione $p_{1,2}=\sigma\pm j\omega$ e il grado di molteplicità ν della coppia di poli complessi coniugati corrispondente all'andamento temporale $g_1(t)=3\,t^2\,e^{-2\,t}\sin(5\,t)$:

$$p_{1,2}=\sigma\pm j\omega=\ldots\ldots\pm j\ldots\ldots \qquad\qquad \nu=\ldots\ldots$$

3. Calcolare il valore iniziale $y_0=\lim_{t\to 0^+}y(t)$ del segnale $y(t)$ corrispondente alla seguente trasformata di Laplace $Y(s)$:

$$Y(s)=\frac{(2\,s+1)(s+4)^2}{s(s+1)(3\,s+1)(s+5)} \qquad \rightarrow \qquad y_0=$$

4. Stimare qualitativamente il tempo di assestamento T_a del seguente sistema $G(s)$ alla risposta al gradino:

$$G(s)=\frac{(s+45)(s+476)}{(s+350)(10\,s+15)(40\,s+2)(s^2+2s+20)} \qquad \rightarrow \qquad T_a=$$

5. Scrivere il modulo $M(\omega)=|G(j\omega)|$ e la fase $\varphi(\omega)=\arg G(j\omega)$ della funzione di risposta armonica del seguente sistema $G(s)$:

$$G(s)=\frac{e^{-t_0 s}}{s+1} \qquad \rightarrow \qquad \begin{cases} M(\omega)= \\ \\ \varphi(\omega)= \end{cases}$$

6. In figura è mostrata la risposta $y(t)$ al gradino $x(t)=10$ di un sistema dinamico $G(s)$ caratterizzato solamente da 2 poli stabili. Determinare:

   a) i poli dominanti del sistema:

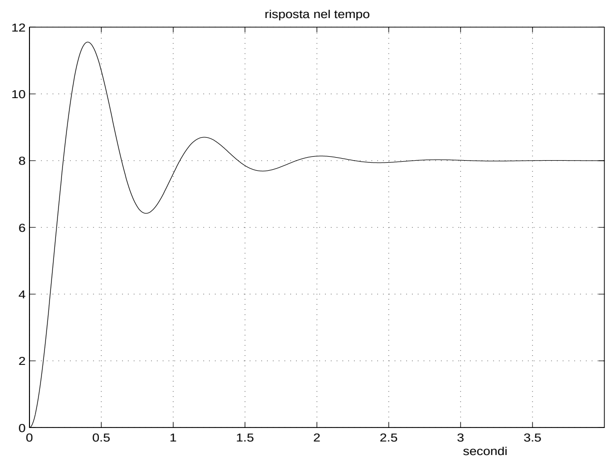
   $$p_{1,2}=\ldots\ldots+j\ \ldots\ldots$$

   b) il guadagno statico del sistema:

   $$G_0=\ldots\ldots$$

   c) la pulsazione naturale ω_n del sistema:

   $$\omega_n=\ldots\ldots$$



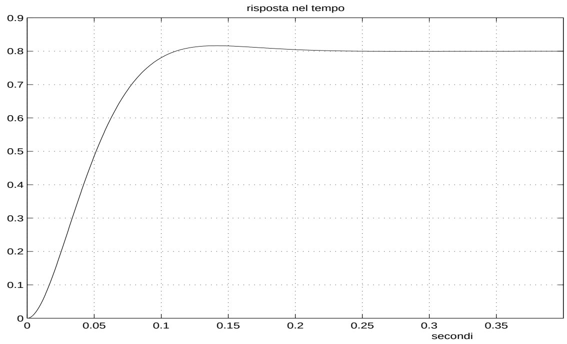
7. Scrivere la funzione di trasferimento $G(s)$ di un sistema del secondo ordine caratterizzato da un guadagno statico $G(0)=5$, da una pulsazione naturale $\omega_n=10$ e da un coefficiente di smorzamento $\delta=0.5$:

$$G(s)=$$

8. Quella riportata a fianco é la risposta temporale $y(t)$ del sistema retroazionato $G_0(s)$:

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$$

ad un gradino unitario posto in ingresso. Da tale risposta al gradino é possibile ricavare una stima dei seguenti parametri.



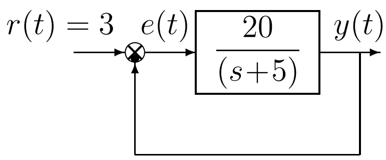
a) Guadagno statico del sistema $G(s)$:

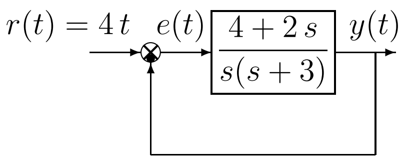
○ $G(0) \simeq 0.4$
○ $G(0) \simeq 4$
○ $G(0) \simeq 40$
○ $G(0) \simeq 400$

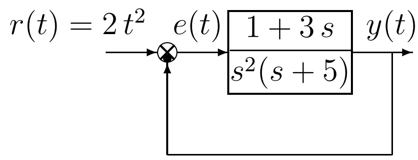
b) Larghezza di banda del sistema $G_0(s)$:

○ $\omega_{f0} \simeq 0.1$
○ $\omega_{f0} \simeq 1$
○ $\omega_{f0} \simeq 10$
○ $\omega_{f0} \simeq 100$

9. Calcolare l'errore a regime $e(\infty)$ per i seguenti sistemi retroazionati:





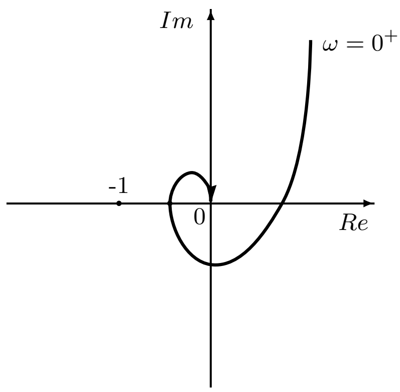


$e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$ $\qquad$ $e(\infty) =$

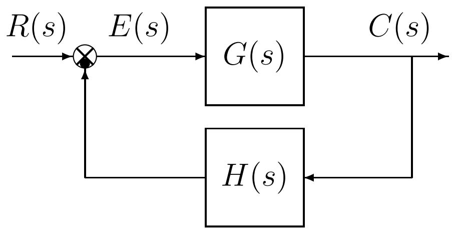
10. Dato il seguente diagramma di Nyquist di una funzione $G(s)$ con 1 polo nell'origine e tutti gli altri a parte reale negativa, disegnate il diagramma polare completo.

Utilizzando il criterio di Nyquist è possibile affermare che il sistema retroazionato $K\,G(s)$ è stabile per i seguenti valori di K:

○ $(K < 0,\ |K| >> 1)$;
○ $(K < 0,\ |K| << 1)$;
○ $(K > 0,\ |K| << 1)$;
○ $(K > 0,\ |K| >> 1)$;



11. Si consideri il sistema retroazionato riportato di fianco. Scrivere il legame che lega la variazione relativa del sistema $G(s)$ alla variazione relativa del sistema retroazionato $G_0(s)$ quando varia un parametro α interno alla funzione di trasferimento $G(s)$:



$$\frac{\Delta G_0(s)}{G_0(s)} = \qquad\qquad \frac{\Delta G(s)}{G(s)}$$

12. Il margine di ampiezza M_α di un sistema $G(s)$:

○ è positivo se e solo se il sistema $G(s)$ è stabile;
○ è maggiore di 1 se e solo se il sistema $G(s)$ è stabile;
○ è positivo se e solo se il sistema $G(s)$ posto in retroazione unitaria è stabile;
○ è maggiore di 1 se e solo se il sistema $G(s)$ posto in retroazione unitaria è stabile;