

Dato un convertitore Boost in cui:

$$V_G = 20 \text{ V}, L = 50 \mu\text{H}, C = 100 \mu\text{F}, D = 25\%, f_s = 50 \text{ kHz}$$

Calcolare il valore della tensione d'uscita V_O nel caso in cui $R_{\text{Load}} = 30 \Omega$ e 60Ω .

Riportare inoltre, in entrambe i casi, su un grafico quotato gli andamenti delle correnti nell'induttore, nella capacità e nella resistenza di carico R_{Load} . Si considerino valide le ipotesi di small-ripple sulla tensione d'uscita.

Equazioni utili per il funzionamento in modalità discontinua:

BUCK:

$$I_{\text{LB,max}} = \frac{V_G T_s}{8L} \quad I_{\text{LB}} = 4 I_{\text{LB,max}}(1-D)D \quad \frac{V_O}{V_G} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{I_{\text{LB,max}}}{L}}$$

BOOST:

$$I_{\text{LB,max}} = \frac{V_O T_s}{8L} \quad I_{\text{OB,max}} = \frac{2}{27} \frac{V_O T_s}{L} \quad I_{\text{LB}} = 4 I_{\text{LB,max}}(1-D)D \quad I_{\text{OB}} = \frac{27}{4} I_{\text{OB,max}} D(1-D)^2$$

$$D = \sqrt{\frac{4}{27} \frac{I_O}{I_{\text{OB,max}}} \frac{V_O}{V_G} \left(\frac{V_O}{V_G} - 1 \right)}$$

Inizio a considerare il caso in cui $R_{\text{Load}} = 30 \Omega$.

Se il convertitore funziona in modalità continua, la tensione d'uscita V_O sarà data da :

$$V_G / (1 - D) = 26.6 \text{ V} = V_O$$

Se in uscita sono presenti 5V, sul carico scorre una corrente pari a :

$$I_O = \frac{V_O}{R_{\text{Load}}} = \frac{26.6 \text{ V}}{30 \Omega} = 0.889 \text{ A}$$

Verifico quindi se il convertitore funziona in modalità continua. Per fare questo calcolo la I_{OB} utilizzando il valore di duty cycle D con cui viene fatto funzionare il convertitore. Dall'espressione della I_{OB} ottengo che:

$$I_{\text{OB}} = \frac{27}{4} I_{\text{OB,max}}(1-D)^2 D = \frac{27}{4} \frac{2}{27} \frac{V_O T_s}{L} (1-D)^2 D = 0.75 \text{ A}$$

Dal momento che $I_O = 0.889 \text{ A}$ è maggiore della I_{OB} posso confermare che il convertitore nel caso in cui R_L sia uguale a 30Ω funziona in modalità continua, e che quindi la tensione in uscita è pari a 26.666V.

Passiamo ora a tracciare gli andamenti delle correnti. La corrente in uscita, nell'ipotesi di small-ripple sulla tensione d'uscita, è costante e pari a 0.889A.

Ricordiamo che per calcolare il valore medio della corrente I_L per un convertitore Boost funzionante in modalità continua posso utilizzare la relazione:

$$I_L = \frac{I_O}{(1-D)} = 1.185 \text{ A}$$

Tale corrente rappresenta anche il valor medio della corrente che scorre sull'induttore. La corrente sull'induttore assume quindi la forma di un onda triangolare di valor medio pari a 1.185A e ampiezza picco-picco data da:

$$\Delta I_L = \frac{V_G}{L} t_{\text{on}} = \frac{20 \text{ V}}{50 \mu\text{H}} 5 \mu\text{s} = 2 \text{ A}$$

Il valore di picco della corrente dell'induttore è quindi dato da $1.185 \text{ A} + \frac{\Delta I_L}{2} = 2.185 \text{ A}$, mentre il valor minimo vale $1.25 \text{ A} - \frac{\Delta I_L}{2} = 0.185 \text{ A}$.

Per calcolare la corrente che scorre sulla capacità dobbiamo dapprima calcolare la corrente che scorre sul diodo, che durante l'intervallo t_{ON} è uguale a zero, mentre quando l'interruttore è spento è pari alla $i_L(t)$. Durante l'intervallo t_{ON} quindi $i_C = i_D - i_O = -I_O$, ovvero la corrente nel condensatore è costante e pari a -0.889A. Durante l'intervallo t_{off} invece la corrente nel condensatore è data da $i_L(t) - I_O$. Il valore di picco della corrente nella capacità è quindi dato da $2.185 \text{ A} - 0.889 \text{ A} = 1.3 \text{ A}$

Consideriamo ora il caso in cui $R_{\text{Load}} = 60 \Omega$.

Se il convertitore funziona in modalità continua, la tensione d'uscita V_O sarà data da :

$$V_G / (1 - D) = 26.6 \text{ V} = V_O$$

Se in uscita sono presenti 5V, sul carico scorre una corrente pari a :

$$I_O = \frac{V_O}{R_{\text{Load}}} = \frac{26.6 \text{ V}}{60 \Omega} = 0.443 \text{ A}$$

Verifico quindi se il convertitore funziona in modalità continua. Per fare questo calcolo la I_{OB} utilizzando il valore di duty cycle D con cui viene fatto funzionare il convertitore. Dall'espressione della I_{OB} ottengo che:

$$I_{\text{OB}} = \frac{27}{4} I_{\text{OB,max}} (1 - D)^2 D = \frac{27}{4} \frac{2}{27} \frac{V_O T_S}{L} (1 - D)^2 D = 0.75 \text{ A}$$

Dal momento che $I_O = 0.443 \text{ A}$ è minore della I_{OB} posso dire che il convertitore funziona in modalità discontinua nel caso in cui R_L sia uguale a 60Ω funziona in modalità continua, e che quindi la tensione in uscita trovata (26.66V) non è corretta nel caso in cui $R_{\text{Load}} = 60 \Omega$.

Sono quindi in modalità discontinua.

Definisco come $D_2 T_S$ l'intervallo di tempo necessario alla corrente nell'induttore per tornare a zero dopo che ha raggiunto il valore di picco durante l'intervallo $t_{\text{ON}} = D T_S$. Posso quindi scrivere che:

$$V_G D = (V_O - V_G) D_2 \rightarrow D_2 = \frac{V_G D}{V_O - V_G}$$

Dal momento che la corrente in uscita corrisponde al valor medio della corrente sul diodo, valor medio che può essere calcolato dividendo per T_S l'area del triangolo che ha come base $D_2 T_S$ e come altezza $i_{L,\text{peak}} = \frac{(V_O - V_G)}{L} D_2 T_S$ posso dire che:

$$I_O = \frac{V_O}{R_{\text{Load}}} = \frac{1}{T_S} \frac{1}{2} \frac{(V_O - V_G)}{L} D_2 T_S D_2 T_S$$

Sostituendo l'espressione di D_2 ricavo quindi la seguente equazione del secondo ordine in V_O :

$$\frac{V_O}{R_{\text{Load}}} = \frac{1}{2} \frac{T_S (V_O - V_G)}{L} \frac{V_G^2 D^2}{(V_O - V_G)^2} \rightarrow V_O (V_O - V_G) - \frac{D^2 V_G^2 T_S R_{\text{Load}}}{2L} = 0$$

Risolviendo tale equazione si trova che $V_O = 30 \text{ V}$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{0} & \mathbf{D T_S} & \mathbf{T_S} \end{array}$$

