Dato un convertitore Buck in cui:
$V_G = 20\ V$, $L = 50\ \mu$H, C=100μF, D=25%, $f_s = 50$ kHz
Calcolare il valore della tensione d'uscita V_O nel caso in cui $R_{\text{Load}} = 4\ \Omega$ e 20Ω.
Riportare inoltre, in entrambe i casi, su un grafico quotato gli andamenti delle correnti nell'induttore, nella capacità e nella resistenza di carico R_{Load}. Si considerino valide le ipotesi di small-ripple sulla tensione d'uscita.

Equazioni utili per il funzionamento in modalità discontinua:

BUCK:

$I_{\text{LB,max}} = \frac{V_G T_S}{8 L}$ $\quad$ $I_{\text{LB}} = 4\, I_{\text{LB,max}}(1 - D)\, D$ $\quad$ $\frac{V_O}{V_G} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{I_L}{4 I_{\text{LB,max}}}}$

BOOST:

$I_{\text{LB,max}} = \frac{V_O T_S}{8 L}$ $\quad$ $I_{\text{OB,max}} = \frac{2}{27} \frac{V_O T_S}{L}$ $\quad$ $I_{\text{LB}} = 4\, I_{\text{LB,max}}(1 - D)\, D$ $\quad$ $I_{\text{OB}} = \frac{27}{4} I_{\text{OB,max}}\, D(1 - D)^2$

D=$\sqrt{\frac{4}{27} \frac{I_O}{I_{\text{OB,max}}} \frac{V_O}{V_G} \left(\frac{V_O}{V_G} - 1 \right)}$

Inizio a considerare il caso in cui $R_{\text{Load}} = 4\ \Omega$.
Se il convertitore funziona in modalità continua, la tensione d'uscita V_O sarà data da :
$V_G\, D = 5\ V = V_O$
Se in uscita sono presenti 5V, sul carico scorre una corrente pari a :
$I_O = \frac{V_O}{R_{\text{Load}}} = \frac{5\ V}{4\ \Omega} = 1.25\ A$
Verifico quindi se il convertitore funziona in modalità continua. Per fare questo calcolo la I_{OB} utilizzando il valore di duty cycle D con cui viene fatto funzionare il convertitore. Dall'espressione della I_{OB} ottengo che:
$I_{\text{OB}} = 4\, I_{\text{OB,max}}(1 - D)\, D = \frac{V_G T_S}{2 L} (1 - D)\, D$=0.75A.
Dal momento che $I_O = 1.25\ A$ è maggiore della I_{OB} posso confermare che il convertitore nel caso in cui R_L sia uguale a 4Ω funziona in modalità continua, e che quindi la tensione in uscita è pari a 5V.
Passiamo ora a tracciare gli andamenti delle correnti. La corrente in uscita, nell'ipotesi di small-ripple sulla tensione d'uscita, è costante e pari a 1.25A. Tale corrente rappresenta anche il valor medio della corrente che scorre sull'induttore. La corrente sull'induttore assume quindi la forma di un onda triangolare di valor medio pari a 1.25A e ampiezza picco-picco data da:
$\Delta \text{I}_L = \frac{V_G - V_O}{L} t_{\text{on}} = \frac{15\ V}{50\ \mu\text{H}} 5\ \mu\text{s} = 1.5\ A$.
Il valore di picco della corrente dell'induttore è quindi dato da $1.25\ A + \frac{\Delta \text{I}_L}{2} = 2\ A$, mentre il valor minimo vale $1.25\ A - \frac{\Delta \text{I}_L}{2} = 0.5\ A$.
Dal momento che valgono le ipotesi di small-ripple, la corrente che scorre sulla capacità si ottiene sottraendo alla corrente che scorre sull'induttore il suo valor medio, ovvero:
$i_c(t) = i_L(t) - I_L$

Consideriamo ora il caso in cui $R_{\text{Load}} = 20\ \Omega$.
Se il convertitore funziona in modalità continua, la tensione d'uscita V_O sarà data da :
$V_G\, D = 5\ V = V_O$
Se in uscita sono presenti 5V, sul carico scorre una corrente pari a :
$I_O = \frac{V_O}{R_{\text{Load}}} = \frac{5\ V}{20\ \Omega} = 0.25\ A$
Verifico quindi se il convertitore funziona in modalità continua. Per fare questo calcolo la I_{OB} utilizzando il valore di duty cycle D con cui viene fatto funzionare il convertitore. Dall'espressione della I_{OB} ottengo che:
$I_{\text{OB}} = 4\, I_{\text{OB,max}}(1 - D)\, D = \frac{V_G T_S}{2 L} (1 - D)\, D$=0.75A.

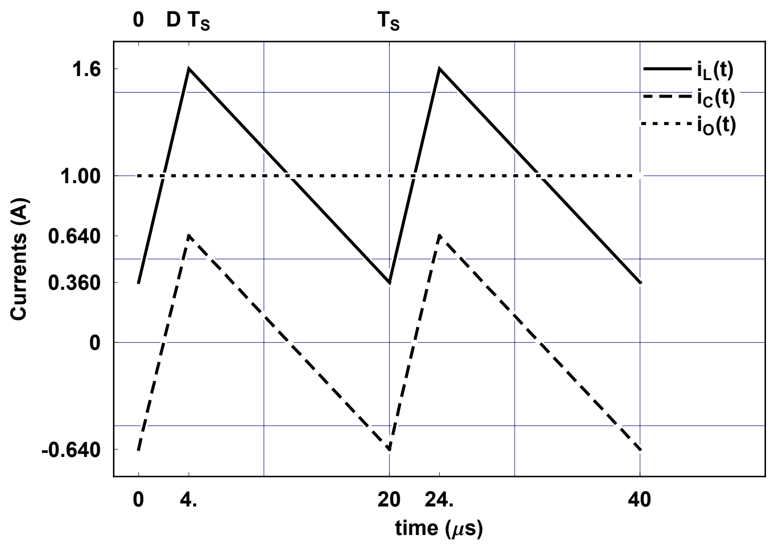
Dal momento che $I_O = 0.25\,A$ è minore della I_{OB} posso dire che il convertitore non funzionerà in modalità continua e quindi i valori fin qui calcolati di V_O e I_O non sono corretti!
A questo punto ricordo che si deve calcolare la V_O e che in modalità discontinua vale la seguente relazione:
$\frac{V_O}{V_G} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{I_L}{4 I_{LB,max}}}$
la quale, ricordando che $I_L = I_O = V_O / R_{Load}$ può esser scritta anche come:
$\frac{V_O}{V_G} = \frac{D^2}{D^2 + \frac{V_O/R_{Load}}{4 I_{LB,max}}}$
da cui si ottiene la seguente equazione del second'ordine (in V_O):
$V_O^2\left(\frac{1}{V_G\, R_{Load}\, 4\, I_{LB,max}}\right) + V_O\left(\frac{D^2}{V_G}\right) - D^2 = 0$

$V_O^2\, 625\; 10^{-6} + V_O\;\; 3.125\; 10^{-3} - 62.5\;\; 10^{-3}$=0.625 V_O^2+3.125 V_O-62.5=0

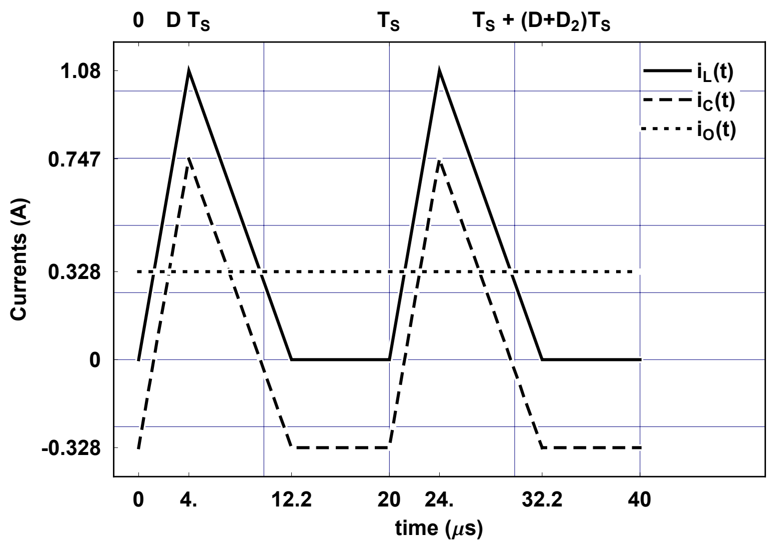
Risolvendo l'equazione in V_O si trova come soluzione $V_O \simeq 7.81\,V$.

Passo quindi a disegnare le forme d'onda. Dal momento che vale l'ipotesi di small-ripple sulla tensione d'uscita posso calcolare la corrente in uscita I_O che ricordo corrisponde, nel caso del convertitore Buck, anche alla corrente media che scorre sull'induttore L.
$I_O = \frac{V_O}{L} = \frac{7.81\,V}{20\,\Omega} \simeq$0.39A
Passo ora a tracciare l'andamento della corrente che scorre nell'induttore. Dal momento che il convertitore funziona in modalità discontinua, nell'istante t=0, cioè quando si accende l'interruttore, la corrente nell'induttore è nulla. Durante l'intervallo t_{on} la corrente nell'induttore sale linearmente con pendenza data da:
$\frac{V_G - V_O}{L} \simeq 0.244\,A/\mu s$
Il valore di picco raggiunto dalla corrente nell'induttore sarà quindi dato da:
$\frac{V_G - V_O}{L}\, t_{on} = \frac{V_G - V_O}{L}\, D\, T_S = 0.244\,A/\mu s\; 5\,\mu s \simeq 1.22\,A = i_{L,peak}$
Quando l'interruttore viene aperto, l'induttanza inizia a scaricarsi e la corrente diminuisce linearmente con un coefficiente angolare dato da $\frac{V_O}{L}$.
All'induttanza sarà quindi necessario un tempo $D_2\, T_S$ per scaricarsi dato da:
$D_2\, T_S\, \frac{V_O}{L} = i_{L,peak} \to D_2\, T_S = 7.8\,\mu s$
La corrente $i_L(t)$ si annullerà, e rimarrà tale fino a T_S, nell'istante di tempo dato da $t_{on} + D_2\, T_S = 12.8\,\mu s$.
Dal momento che valgono le ipotesi di small-ripple, la corrente che scorre sulla capacità si ottiene sottraendo alla corrente che scorre sull'induttore il suo valor medio, ovvero:
$i_c(t) = i_L(t) - I_L$

Una verifica semplice che può esser condotta a questo punto è il calcolo della corrente d'uscita come valor medio della $i_L(t)$.
In particolare $I_L = \frac{1}{T_S} \int_0^{T_s} i_L(t)\, dt$, dove l'integrale può esser calcolato come l'area del triangolo che ha come altezza la $i_{L,peak}$ e base la somma di t_{on} e $D_2\, T_S$. Si ha quindi che:
$I_L = \frac{1}{T_S}\, \frac{1}{2}\, i_{L,peak}(t_{on} + D_2\, T_S) \simeq 0.39\,A$ come ci aspettavamo...



0 D T_S T_S
1.6
1.00
0.640
0.360
0
-0.640
Currents (A)
$i_L(t)$
$i_C(t)$
$i_O(t)$
0 4. 20 24. 40
time (μs)



0 D T_S T_S T_S + $(D+D_2)T_S$
1.08
0.747
0.328
0
-0.328
Currents (A)
$i_L(t)$
$i_C(t)$
$i_O(t)$
0 4. 12.2 20 24. 32.2 40
time (μs)